

# MATEMATIKA

## EMELT SZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

**2015. február 14.**

Az írásbeli próbavizsga időtartama: 240 perc

Név	
E-mail cím	
Tanárok neve	
Pontszám	

**STUDIUM GENERALE  
MATEMATIKA SZEKCIÓ**





## Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a **szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

**I.**

1. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenlőtlenséget!

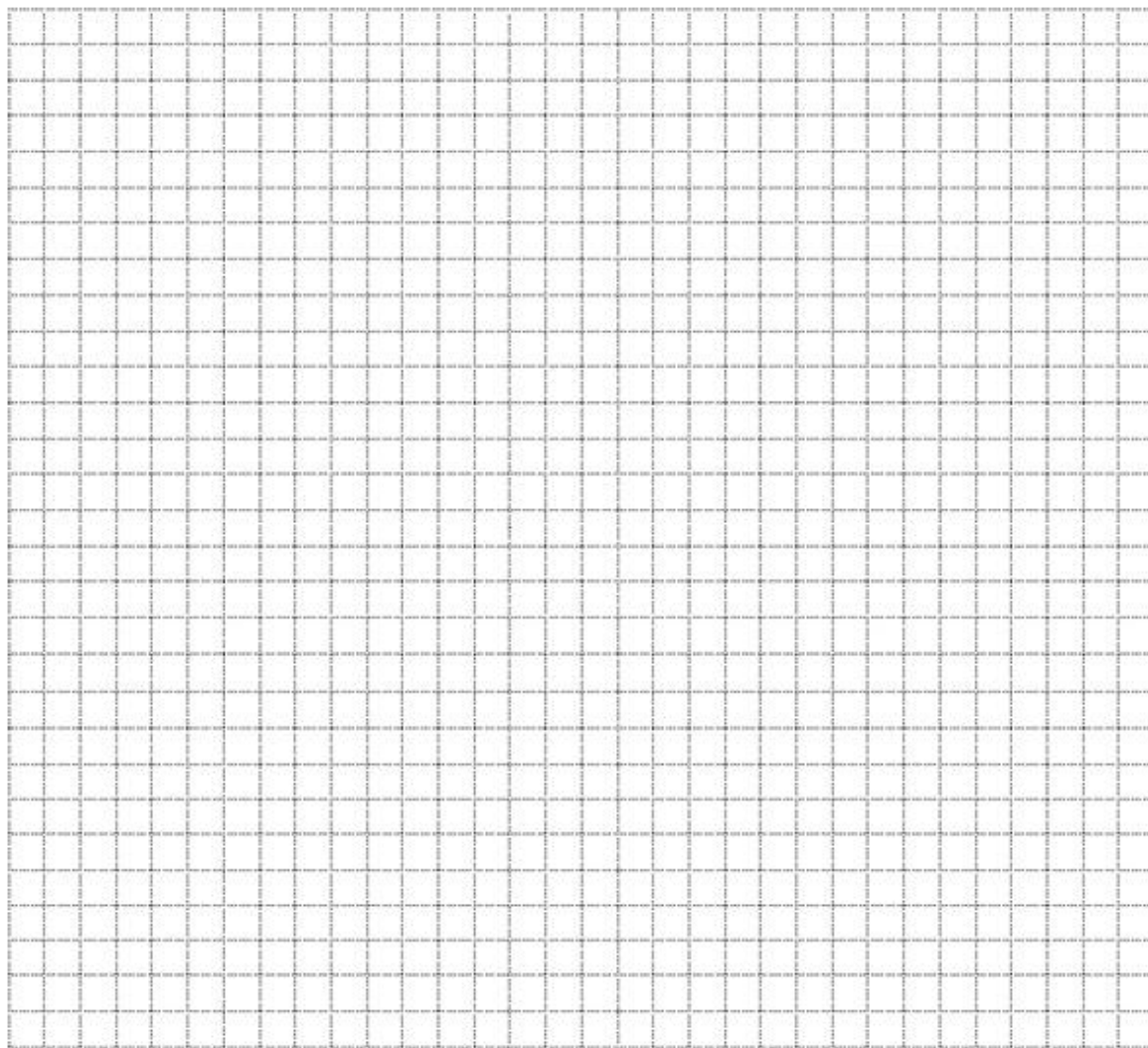
$$3\cos x - 4\cos^2 x + 1 \geq -3\cos 2x$$

Ö.:	12 pont	
-----	---------	--

2.

- a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben az  $f : [1; 9[ \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x^2 - 8x + 12|$  függvényt!
- b) Adja meg az  $f$  függvény értékkészletét!
- c) A  $p$  valós paraméter értékétől függően hány megoldása van az  $|x^2 - 8x + 12| = p$  egyenletnek az  $[1; 9[$  intervallumon?

a)	4 pont	
b)	2 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	14 pont	





3. Tekintse az alábbi két halmazt!

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x+3} \leq 2x \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \log_{\frac{1}{5}}(7-x) > -1 \right\}$$

Adja meg az  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $B \setminus A$  halmazokat!

Ö.:	12 pont	
-----	---------	--

**4.**

- a) Adott egy  $a_n$  számtani sorozat, melynek első tagja 6, differenciája pedig 4. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ennek a számtani sorozatnak az első 2015 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztva egy olyan tagot kapunk, mely 13-mal osztva maradékul 5-öt ad?
- b) Adott egy  $b_n$  mértani sorozat, melynek első tagja 6, kvóciense pedig 4. Mennyi annak a valószínűsége, hogy ennek a mértani sorozatnak az első 2016 tagjából egyet véletlenszerűen kiválasztva egy olyan tagot kapunk, mely 13-mal osztva maradékul 5-öt ad?

a)	7 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	13 pont	





**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

5. Egy átlagos magyar mezőgazdaság 780 egyedű számláló állatállománya tehenekből és szárnyasokból áll. Ezen állatok 65%-át a húsupért tartják, 35%-át pedig a „termékeik” (pl. tojás, tej) miatt. A húsupért tartott állatok és a teljes állatállomány aránya  $\frac{13}{10}$ -szer akkora, mint a húsupért tartott tehenek és az összes tehén számának aránya. A húsupért tartott tehenek aránya az összes tehén között  $\frac{8}{11}$ -szer akkora, mint amekkora ez az arány a szárnyasok között.

- a) Hány tehén és hány szárnyas van a mezőgazdaságban? A számításait végig pontos értékekkel végezze!

Valójában az egész mezőgazdaság csak virtuális és az interneten egy alkalmazás keretein belül létezik. Viki a játék megszállottja más ismerőseivel egyetemben aktívan egyengeti kis tanyájának életét. Egy szép délutánon Farm találkozót szerveznek, hogy élőben vitassák meg a virtuális eseményeket. Viki 2 másik játékosra kicsit haragszik, mert azok nem küldözgetnek neki ajándék takarmányt.

- b) Ha a találkozó elején csak azokkal hajlandó pacsizni, akikre nem haragszik, rajta kívül viszont mindenki mindenkivel pacsizik, akkor hányan lehetnek a találkozón Vikivel együtt, ha összesen 118 pasci születik?

a)	12 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

6. Adott egy egyenlőszárú háromszög, melyről tudjuk, hogy szárainak hossza  $\sqrt{65}$  egység, metszéspontjuk pedig a  $C(1; -5)$  pontba esik. A háromszög másik két csúcsa ( $A$ ,  $B$ ) illeszkedik a  $4y + 8 = (x - 1)^2$  egyenletű parabolára.
- a) Számítsa ki a másik két csúcs koordinátáit!
- b) Írja fel az  $ABC$  háromszög egyik száregyenesének egyenletét! Ez az egyenes a parabolát még egy pontban metszi ( $D$ ). Határozza meg a  $D$  pont koordinátáit!
- c) Vica és Tomi matematika csoportja dolgozatot írt a fenti két feladatból. A maximálisan megszerezhető 10 pontból a diákok a következő pontszámokat érték el: 8, 6, 8, 9, 10, 6, 3, 5, 4, 9, 5, 9. Adja meg a pontszámokból álló adatsokaság mediánját és móduszát és értelmezze is azokat!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Adott egy érintőnégyyszög, melyről tudjuk, hogy 3 oldalának aránya 2:4:7, illetve két szemben lévő oldalának összege 11,25 cm.

a) Mekkora az érintőnégyyszög oldalai?

Matematika órán Péter, Olivér és Sándor megoldották a fenti példát, és vitába keveredtek, mert mindhármuknak más eredmény jött ki. A következő állításokat tették:

Péter: „Ilyen érintőnégyyszög nem létezik!”

Olivér: „Az érintőnégyyszög egyik oldala 5 cm hosszú!”

Sándor: „Az érintőnégyyszögnek van olyan oldala, mely 2,1 cm-nél is rövidebb!”

b) Melyikük állítása igaz a feltételnek megfelelő érintőnégyyszögre?

a)	13 pont	
b)	3 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

8. Katinka egy különleges kocka dobálgatásával tölti unalmas perceit. A kocka attól különleges, hogy 10% eséllyel az egyik élén áll meg, ekkor Katinka úgy veszi, mintha 0-t dobott volna.
- a) Katinka hatszor dob a kockával és minden egyes dobás „értékét” felírja egy papírra. A 6. dobás után hány különböző hatjegyű szám szerepelhet a papírlapján?
  - b) Mennyi a valószínűsége, hogy a 6 dobásból legfeljebb kétszer párost dobott? Az eredményt 3 tizedesjegyre kerekítve adja meg!
  - c) Az előző izgalmas játék után Katinka ötvénszer egymás után dobott a kockával. Ötször azt tapasztalta, hogy az élén állt meg. Ha az előző 50 dobásból emlékezete alapján véletlenszerűen kiválaszt 20 dobást, mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott dobások közül kétszer az élén állt meg a kocka? Az eredményt 1 tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	3 pont	
b)	9 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	16 pont	





**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania.  
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon található üres négyzetbe!**

**9.** Adott az alábbi függvény!

$$f : ]-2; 2[ \rightarrow \mathbb{R}; f(x) = x^3 - x^2 - 5x$$

- a)** Elemezze  $f$  függvényt zérushelyei, monotonitása, valamint lokális szélsőértékeinek helye és értéke alapján deriváltfüggvényének segítségével!
- b)** Adja meg azt a  $g : ]-2; 2[ \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelynek deriváltfüggvénye  $f$ , tehát  $g' = f$ , és ezen kívül  $g(1) = 0$  is teljesül!

<b>a)</b>	<b>12 pont</b>	
<b>b)</b>	<b>4 pont</b>	
<b>Ö.:</b>	<b>16 pont</b>	



	feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1.	12		51	
	2.	14			
	3.	12			
	4.	13			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsga pontszáma				115	

---

javító tanár