MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI MEGOLDÓKULCS

– EMELT SZINT –

1) Elvira a könyveit három polcon tárolja, az első polcon szépirodalmi könyveket, másodikon albumokat, harmadikon pedig műszaki jellegű könyveket tárol. A szépirodalmi könyvek és az albumok száma úgy aránylik egymáshoz, mint $7:5$, továbbá tudjuk, hogy műszaki témát feldolgozó könyvből 1,8-szor annyi van, mint albumból. Elvira egy antikváriumi akció során 15 új könyvet tervez vásárolni, amelyekből ha minden polcra ugyanannyit helyezne el, akkor az egyes polcokon lévő könyvek számának aránya $4:3:5$ lenne.

a) Hány szépirodalmi mű található Elvira első polcán? (8 pont)

b) Hányféleképpen tud Elvira 3 albumot kölcsönadni Nikinek? (2 pont)

c) Összesen hány könyvet tárolna Elvira a három polcon, ha mind a 15 tervezett könyvet megvenné? (2 pont)

Megoldás:

a) Jelöljük a szépirodalmi könyveket *S*-sel, az albumokat *A*-val, a műszaki könyveket *M*-mel!
Így a következő egyenleteket tudjuk felírni:

$\frac{S}{A}=\frac{7}{5}$ (1 pont)

$A\cdot 1{,}8=M$ (1 pont)

15 új könyv vásárlása után a következő arány írható fel:

$(S+5):(A+5):(M+5)=4x:3x:5x$ (1 pont)

$5S=7A$

$S=\frac{7}{5}A$ (1 pont)

$\frac{S+5}{A+5}=\frac{4}{3}$ (1 pont)

$\frac{21}{5}A+15=4A+20$ (1 pont)

$A=25;\quad S=35;\quad M=45$ (1 pont)

Elvira polcán **35 szépirodalmi könyv** található. (1 pont)

b) A feladatot ismétlés nélküli kombinációval tudjuk megoldani:

$\binom{25}{3}=2300$ (1 pont)

Elvira **2300 féleképpen** tud kölcsönadni 3 albumot Nikinek. (1 pont)

c) $25+35+45+15=120$ (1 pont)

Ha Elvira mind a 15 tervezett könyvet megvenné, akkor **összesen 120 könyvet tárolna** a három polcon. (1 pont)

Összesen: 12 pont

2) **Legyen A halmaz a $\sin x \cdot \cos x = 1 - (\sin x)^2$ egyenlet $[0; 2\pi]$ intervallumba eső valós gyökeinek halmaza, a B halmaz pedig a $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8x + 12) > -5$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza.**

Határozza meg az $A \cap B$ és az $A \cup B$ halmazokat! **(14 pont)**

Megoldás:

A halmaz elemei:

$A = \sin x \cdot \cos x = \cos^2 x$

$\cos x \cdot (\cos x - \sin x) = 0$ (1 pont)

Egy szorzat akkor és csak akkor 0, ha legalább az egyik tényezője 0.

I. eset:

$\cos x = 0$ (1 pont)

A $[0; 2\pi]$ intervallumon az $x_1 = \frac{\pi}{2}$ és az $x_2 = \frac{3\pi}{2}$ a jó megoldások. (1 pont)

II. eset:

$\cos x = \sin x$ (1 pont)

$1 = \mathrm{tg} x$ (ahol $\cos x \neq 0$)

A $[0; 2\pi]$ intervallumon az $x_3 = \frac{\pi}{4}$ és az $x_4 = \frac{5\pi}{4}$ a jó megoldások. (1 pont)

B halmaz elemei:

$B = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8x + 12) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (1 pont)

Kikötés a numerus miatt:

$x^2 - 8x + 12 > 0$ (1 pont)

$x \in \left]-\infty; 2\right[\cup \left]6; \infty\right[$ (1 pont)

$B = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 8x + 12) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

Az $\frac{1}{2}$ alapú logaritmus függvény szigorúan monoton csökkenő, úgy hagyhatjuk el a logaritmust, hogy a relációs jel megfordul. (1 pont)

$x^2 - 8x + 12 < 32$

$x^2 - 8x - 20 < 0$

$x_1 = 10;\ x_2 = -2$ (1 pont)

$x \in \left]-2; 10\right[$ (1 pont)

Összevetve a megoldást a kikötéssel:

$x \in \left]-2; 2\right[\cup \left]6; 10\right[$ (1 pont)

Megoldás:

$\boldsymbol{A \cap B = \left\{\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}\right\}}$ (1 pont)

$\boldsymbol{A \cup B = \left]-2; 2\right[\cup \left\{\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right\} \cup \left]6; 10\right[}$ (1 pont)

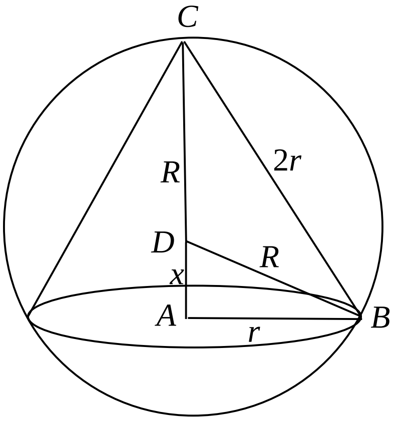
Összesen: 14 pont

3) Egy $2\sqrt{3}$ egység sugarú gömbbe olyan kúpot írunk, amely palástjának területe kétszer akkora a kúp alapköre területének. Határozza meg a kúp térfogatának pontos értékét!

(12 pont)

Megoldás:

Szövegből az adatok felírása:



$R = 2\sqrt{3}$

$T_{\text{palást}} = 2 \cdot T_{\text{alapkör}}$ (1 pont)

$r \cdot \pi \cdot a = r^2 \cdot \pi \cdot 2$

$a = 2r$ (1 pont)

Pitagorasz-tétel alapján az *ABC* háromszögben:

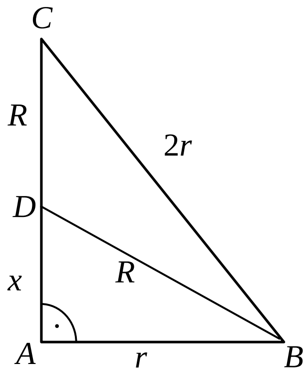
$\left(x + R\right) = \sqrt{4r^2 - r^2} = \sqrt{3}r$ (2 pont)

Újabb Pitagorasz-tétel az *ABD* háromszögben:

$x^2 + r^2 = R^2$

$x = \sqrt{3}r - R$ (1 pont)

$3r^2 - 2\sqrt{3} \cdot r \cdot R + R^2 + r^2 = R^2$ (1 pont)



$4r^2 - 12r = 0$

$r\left(4r - 12\right) = 0$ (1 pont)

Egy szorzat akkor és csak akkor 0, ha legalább az egyik tényezője 0.

I. eset $r = 0$; Mivel r hosszúságot jelöl, ezért ez nem jó megoldás. (1 pont)

II. eset: $4r - 12 = 0 \Rightarrow r = 3$ (1 pont)

$M = x + R = 3\sqrt{3}$ (1 pont)

$T_{\text{palást}} = 18\pi$; $T_{\text{alapkör}} = 9\pi$

$V = \dfrac{r^2 \cdot \pi \cdot M}{3} = 9\sqrt{3}\pi \text{ e}^3$ (1 pont)

A gömbbe írt **kúp térfogata $9\sqrt{3}\pi$ egységköb.** (1 pont)

Összesen: 12 pont

4) **Adott az $A(-2;-2)$ és a $B(6;4)$ pont, továbbá az $e: x+2y=9$ egyenes. Határozza meg az e egyenesnek azokat a pontjait, amelyekből az AB szakasz derékszög alatt látszódik! Megoldását ábrázolja!** **(13 pont)**

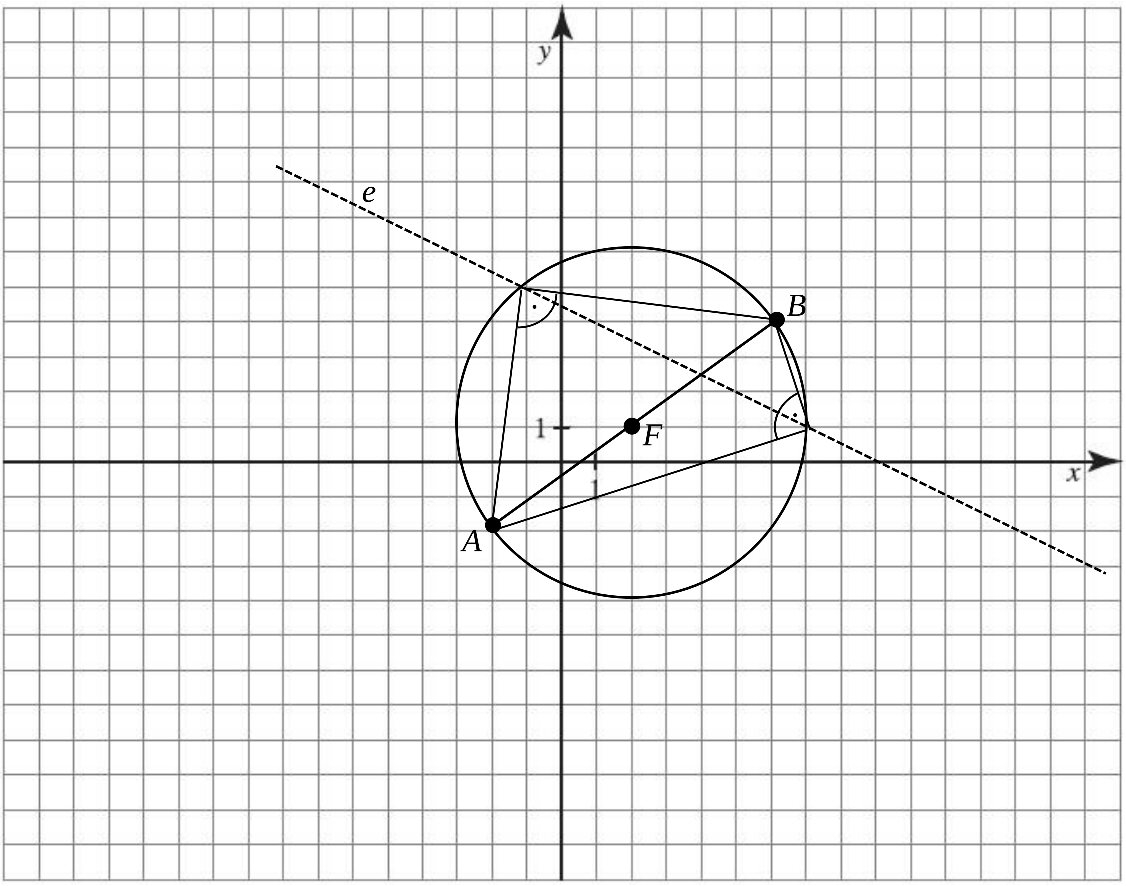
Megoldás:

Ahhoz, hogy ábrázoljuk az egyenest, y-ra rendezzük:

$2y=-x+9$

$y=-\frac{1}{2}x+4,5$ (1 pont)

Ábra: (2 pont)



Ahhoz, hogy megállapítsuk, hogy az e egyenes mely pontjából látszódik derékszögben az AB szakasz, felírjuk az AB szakasz Thalész körét, mely definícióból adódóan csak olyan pontokat tartalmaz, amelyekből az AB szakasz derékszögben látszódik: (2 pont)

$F(2;1)$ (1 pont)

$r=\frac{\sqrt{8^2+6^2}}{2}=5$ (1 pont)

$\begin{cases}(x-2)^2+(y-1)^2=25\\ x=9-2y\end{cases}$ (1 pont)

$(7-2y)^2+(y-1)^2=25$

$49-28y+4y^2+y^2-2y+1=25$ (1 pont)

$5y^2 - 30y + 25 = 0$ (1 pont)

$y^2 - 6y + 5 = 0$

$y_1 = 5$; $x_1 = -1$ (1 pont)

$y_2 = 1$; $x_2 = 7$ (1 pont)

Tehát a két pont, amelyekből derékszögben látszódik az *AB* szakasz: $\mathbf{(-1;5)}$ **és** $\mathbf{(7;1)}$. (1 pont)

Összesen: 13 pont

Maximális elérhető pontszám: 51 pont

5) Az *ABC* derékszögű háromszögben a két befogó hossza $AC = 3\text{ m}$, $AB = 4\text{ m}$. Az *A* csúcsból húzzunk merőlegest a *BC*-re, így kapjuk az *M* pontot. Az *M* pontból húzzunk merőlegest az *AB* oldalra, így kapjuk az *N* pontot. Az *N* pontból húzzunk merőlegest a *BC*-re, így kapjuk a *P* pontot.

Számolja ki

a) az *AM* szakasz (3 pont)

b) az *MN* szakasz (4 pont)

c) az *NP* szakasz (4 pont)

pontos hosszát, szögfüggvények használata nélkül!

d) Ha ezt az eljárást végtelenségig folytatnánk, milyen hosszú lenne az így keletkezett törött vonal hossza? $\left(AM + MN + NP + ...\right)$ (5 pont)

Megoldás:

a) *ABC* háromszögben Pitagorasz-tétel:

$3^2 + 4^2 = |BC|^2 \Rightarrow |BC| = 5$ (1 pont)

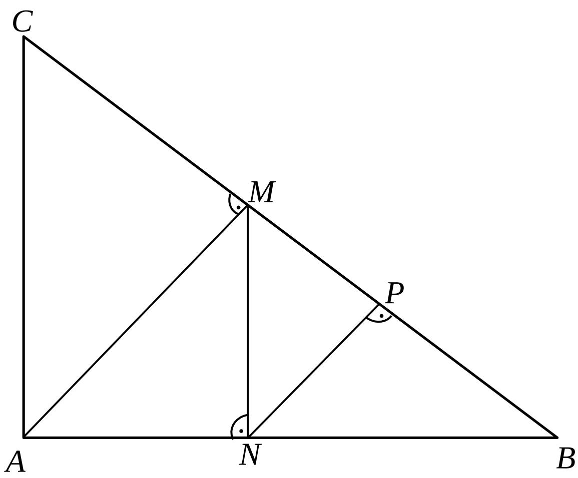
Ahhoz, hogy szögfüggvények használata nélkül oldjuk meg a feladatot, fel kell írnunk az *ABC* háromszögben egy befogó-, ill. egy magasságtételt: (1 pont)

ABC háromszögben befogótétel:

$3^2 = 5|CM| \Rightarrow |CM| = \frac{9}{5} = 1,8;\ |MB| = \frac{16}{5} = 3,2$

ABC háromszögben magasságtétel:

$|AM|^2 = |MC| \cdot |MB| \Rightarrow \mathbf{|AM| = \frac{12}{5} = 2,4\ m}$ (1 pont)



b) *MAB* háromszögben befogótétel:

$\left(\frac{16}{5}\right)^2 = 4 \cdot |NB|$ (1 pont)

$|NB| = \frac{64}{25} = 2,56;\ |AN| = \frac{36}{25} = 1,44$ (1 pont)

MAB háromszögben magasságtétel:

$|MN|^2 = |AN| \cdot |NB| \Rightarrow \mathbf{|MN| = \frac{48}{25} = 1,92\ m}$ (2 pont)

c) *MNB* háromszögben befogótétel:

$1,92^2 = |MP| \cdot 3,2$ (1 pont)

$|MP| = \frac{144}{125} = 1,152;\ |PB| = \frac{256}{125} = 2,048$ (1 pont)

MNB háromszögben magasságtétel:

$|NP|^2 = |MP| \cdot |PB| \Rightarrow \mathbf{|NP| = \frac{192}{125} = 1,536\ m}$ (2 pont)

d) Ha megvizsgáljuk a kapott szakaszok hosszát, akkor felismerhetjük, hogy olyan mértani sorozatot alkotnak, melynek kvóciense: (1 pont)

$$q = \frac{\frac{48}{25}}{\frac{12}{5}} = \frac{\frac{192}{125}}{\frac{48}{25}} = \frac{4}{5}$$ (1 pont)

A fent említett eljárást a végtelenségig folytatva egy végtelen mértani sorozatot kapunk melynek elemeit összeadva végtelen mértani sort kapunk. (1 pont)

A végtelen mértani sor összegképlete:

$$S=\frac{a_1}{1-q}=\frac{\frac{12}{5}}{1-\frac{4}{5}}=12 \text{ méter}$$ (1 pont)

Az eljárást a végtelenségig folytatva, az így keletkezett **törött volna hossza 12 méter lenne**. (1 pont)

Összesen: 16 pont

6)

a) Határozza meg azokat az *a* és *b* egész számokat, amelyekre teljesül, hogy $a+b+20=ab$ és az *a*; *b*; 21 hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető! **(8 pont)**

b) Egy dobókockával addig dobunk, míg hatos nem lesz. Minek nagyobb a valószínűsége: négy dobásnál többször nem kell, vagy legalább ötször kell dobnunk a kockával? **(8 pont)**

Megoldás:

a) Az adott egyenlet így alakítható át: $(a-1)\cdot(b-1)=21$ (2 pont)

Mivel *a* és *b* egész számok és egy háromszög oldalainak mérőszámai, pozitívak is, így $0<a-1$ és $0<b-1$ is teljesül (mivel szorzatuk 21). (2 pont)

A 21-et kell tehát két pozitív egész szám szorzatára bontani: $21=1\cdot 21=3\cdot 7$ (1 pont)

Ebből *a*-ra és *b*-re a következő lehetőségek adódnak:

$a_1=2$ és $b_1=22$

$a_2=4$ és $b_2=8$

$a_3=8$ és $b_3=4$

$a_4=22$ és $b_4=2$ (2 pont)

Az *a*, *b* és 21 számokra teljesülnie kell a háromszög-egyenlőtlenségnek, ezért csak az $\boldsymbol{a=2;\ b=22}$ és az $\boldsymbol{a=22;\ b=2}$ számpárok felelnek meg. (1 pont)

b) Számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy nem kell négynél többször dobnunk. (1 pont)

Elsőre hatost dobunk: $P(\text{elsőre hatost})=\frac{1}{6}$ (1 pont)

Másodikra úgy dobhatunk hatost, ha elsőre mást dobtunk: $P(\text{másodikra hatos})=\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}$ (1 pont)

Harmadikra úgy, hogy az első kettő nem hatos volt: $P(\text{harmadikra hatos})=\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}$ (1 pont)

Végül negyedikre úgy, ha előtte háromszor nem dobtunk hatost: $P(\text{negyedikre hatos})=\left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\frac{1}{6}$ (1 pont)

A valószínűség ezek összege:

$$P=\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{5}{6}\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\frac{1}{6}=0,5177$$ (1 pont)

A “legalább ötször” ennek a komplementere:

$P(\text{legalább ötször})=1-P(\text{max. negyedszer})=0,4823$ (1 pont)

Tehát **annak nagyobb a valószínűsége, hogy négynél többször nem kell dobni.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

7) Az állam a fiatalok lakáshoz jutását a következő konstrukciójú bankszámlával támogatja. A spórolást vállaló személy minden hónap első napján köteles 10000 Ft-ot betenni a számlájára. A számlavezető bank minden hónap utolsó napján 0,3% kamatot fizet a számlán szereplő összeg után. A kamaton felül az állam minden év utolsó napján az adott évben a számlatulajdonos által elhelyezett összeg 30%-át utalja a számlára. Balázs január 1-jén nyit számlát a fenti feltételekkel, egy 4 éves konstrukcióban.

a) Összesen mennyi pénzt fizet be Balázs a 4 éves spórolási időszak alatt? (2 pont)

b) Számítsa ki, hogy mennyi pénz lesz Balázs számláján a számlanyitás évének december 31. napján, miután a bank a decemberi kamatot már jóváírta! A végeredményt százasokra kerekítve adja meg! (8 pont)

c) Igazolja, hogy $\left\{\frac{3n+2}{4n+1}\right\}\left(n\in\mathbb{N}^+\right)$ sorozat szigorúan monoton csökkenő és korlátos! (6 pont)

Megoldás:

a) $10000\cdot12\cdot4=480000$ Ft (1 pont)

A 4 éves spórolási időszak alatt Balázs **480000 Ft-ot fizet be**. (1 pont)

b) 1. évben:

1. hó vége: $10000\cdot1,003$ (1 pont)

2. hó vége: $\left(10000\cdot1,003+10000\right)\cdot1,003=10000\cdot1,003^2+10000\cdot1,003$ (1 pont)

12. hó vége: $10000\cdot\left(1,003^{12}+1,003^{11}+\ldots+1,003\right)$ (1 pont)

1. év végén: $10000\cdot\left(1,003^{12}+1,003^{11}+\ldots+1,003\right)+120000\cdot0,3$ (1 pont)

A zárójelben egy mértani sorozat van, melynek adatai: $a_1=1,003;\ q=1,003$ (1 pont)

Első 12 tag összege: $S_{12}=1,003\cdot\frac{1,003^{12}-1}{1,003-1}=12,24$ (1 pont)

Tehát 1. év végén a kamatfizetés után:

$10000\cdot12,24+120000\cdot0,3=158365,93\approx158400$ Ft (1 pont)

Balázs **számláján 158400 Ft lesz** a számlanyitás évének december 31. napján. (1 pont)

c) Egy sorozat akkor és csak akkor szigorúan monoton csökkenő, ha $\frac{a_{n+1}}{a_n}<1$.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{(3n+5)(4n+1)}{(4n+5)(3n+2)}=\frac{12n^2+23n+5}{12n^2+23n+10}=1-\frac{5}{12n^2+23n+10}$$ (1 pont)

A fenti hányados minden pozitív egész n esetén 1-nél kisebb és a sorozat minden tagja pozitív, ezért a sorozat szigorúan monoton csökkenő. (2 pont)

Ebből következik, hogy a sorozat felülről korlátos. (1 pont)

Mivel a sorozat minden tagja pozitív, ezért alulról is korlátos, (1 pont)

tehát **a sorozat korlátos.** (1 pont)

Összesen: 16 pont

8) Egy végzős középiskolai osztály egy limuzint szeretne bérelni, hogy a szalagavatójuk után körbeutazzák közösen a megyében található városokat. Egy limuzin fogyasztását láthatjuk az alábbi táblázatban különböző sebességek esetén.

Sebesség (km/h)	Fogyasztás (liter / 100 km)
50	15,5
100	23,0
150	28,5

a) Mekkora a fogyasztás 100 kilométeren 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebesség mellett, ha a 30-200 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességtartományban a fogyasztás felírható az $f(v)=av^2+bv+c$ függvénnyel, ahol a *v* a limuzin sebessége? (9 pont)

b) A cég 3 fajta limuzinnal rendelkezik. 60 fős, 35 fős és 20 fős. A különböző fajta limuzinok különböző árakon bérelhetők. Tudjuk, hogy ha a 60 fős limuzin árát *p*%-kal csökkentenénk, akkor a 35 fős limuzin árát kellene fizetni a 60 fős limuzinért. Ha a 35 fős limuzin ára csökkenne 2*p*%-kal, akkor a 20 fős limuzin árába kerülne a 35 fős limuzin. Ha a 60 fős limuzin ára 40,5%-kal csökkenne, akkor a 60 és a 20 fős limuzin bérlése ugyanannyiba kerülne. Hány százaléka a 35 fős limuzin bérlésének ára, a 60 fős limuzin bérlése árának? (7 pont)

Megoldás:

a) Mivel a fogyasztás a sebesség másodfokú függvénye, ezért az $f(v)=av^2+bv+c$ egyenletet keressük, ahol a *v* a limuzin sebessége. (1 pont)
A következő három egyenletet tudjuk felírni:

I. egyenlet: $f(50)=15,5 \Rightarrow 15,5=a\cdot 50^2+b\cdot 50+c \Rightarrow 15,5=2500a+50b+c$ (1 pont)

II. egyenlet: $f(100)=23 \Rightarrow 23=100^2a+100b+c \Rightarrow 23=10000a+100b+c$ (1 pont)

III. egyenlet $f(150)=28,5 \Rightarrow 28,5=150^2a+150b+c \Rightarrow 28,5=22500a+150b+c$ (1 pont)

III. egyenletből kivonva az I. egyenletet a következőt kapjuk:

$13=20000a+100b$
III. egyenletből kivonva a II. egyenletet a következőt kapjuk:
$5,5=12500a+50b$
Az egyenletet $100b$-re rendezve:
$11-25000a=100b$
Behelyettesítés:
$13=20000+(11-25000a)$

$a=-\frac{1}{2500};\ b=0,21;\ c=6$ (2 pont)

Tehát a fogyasztás másodfokú függvénye:

$f(v)=-\frac{1}{2500}v^2+0,21v+6$ (1 pont)

Tehát 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebesség mellett 100 km-en a fogyasztás:

$f(90)=-\frac{1}{2500}\cdot 90^2+0,21\cdot 90+6=21,66$ liter (1 pont)

21,66 liter lesz a limuzin fogyasztása. (1 pont)

b) Jelölések:
60 fős limuzin: a
35 fős limzin: b
20 fős limuzin: c
A szöveg alapján felírható a következő három egyenlet:

I. egyenlet: $a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right) = b$ (1 pont)

II. egyenlet: $b \cdot \left(1 - \frac{2p}{100}\right) = c$ (1 pont)

III. egyenlet: $a \cdot 0,595 = c$ (1 pont)

II. egyenletbe beírjuk b-t és c-t kifejezve:

$$a \cdot \left(1 - \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0,595a$$ (1 pont)

Leoszthatunk a-val, hiszen tudjuk, hogy $a \neq 0$.

$$\left(1 - \frac{p}{100}\right)\left(1 - \frac{2p}{100}\right) = 0,595$$

Megoldva az egyenletet, p-re két értéket kapunk:

$p_1 = 135$
$p_2 = 15$ (1 pont)

p_1-et behelyettesítve az egyenletünkbe, a szöveg szerint nem kapunk jó megoldást.

p_2-t behelyettesítve: $\left(1 - \frac{15}{100}\right) = 0,85$ (1 pont)

Tehát **85%-a** a 35 fős limuzin bérlésének ára a 60 fős limuzin bérlése árának. (1 pont)

Összesen: 16 pont

9) Egy Hallgatói Önkormányzati közgyűlésen a jelen lévő 32 képviselő három kérdésben dönthetett igennel vagy nemmel. Tartózkodás nem volt, minden képviselő mindhárom kérdésben szavazott. Az első kérdésre 15-en, a második kérdésre 16-an, a harmadik kérdésre 11-en szavaztak igennel. A pontosan két igennel szavazó képviselők száma 6.

a) Hányan szavaztak mindhárom kérdésre igennel? (6 pont)

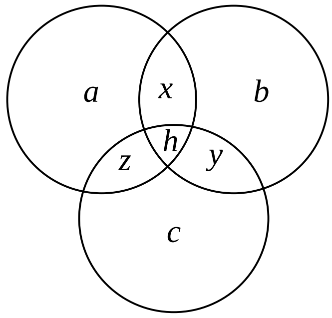
b) Hányan vannak, akik pontosan egy kérdésre szavaztak igennel? (3 pont)

A közgyűlés előtt megkérdeztük a képviselőket hány éve tagjai a választmánynak. Az adatokat feljegyeztük és elemzést készítünk belőle. A feljegyzett éveket minden esetben lefele kerekítettük egész számra. Tudjuk még, hogy a legtapasztaltabb képviselő 31 hónapja tagja a választmánynak.

c) Lehet-e a feljegyzett adatok mediánja 0, ha az átlaguk 1,125? (7 pont)

Megoldás:

a) Készítsünk Venn-diagramot, és használjuk annak jelöléseit az adatok felírásában!



A szöveg alapján felírható egyenletek:

$(\text{I.})\ a+b+c+x+y+z+h=32$

$(\text{II.})\ a+x+z+h=15$

$(\text{III.})\ b+x+y+h=16$

$(\text{IV.})\ c+y+z+h=11$

$(\text{V.})\ x+y+z=6$ (2 pont)

Adjuk össze a (II.), (III.) és (IV.) egyenletet, és vonjuk ki belőle az (I.)-t!

$x+y+z+2h=10$ (2 pont)

Ide behelyettesítjük az (V.)-et: $6+2h=10 \Rightarrow h=2$ (1 pont)

2 ember szavazott mindhárom kérdésre igennel. (1 pont)

b) Behelyettesítve az (I.) egyenletbe a már ismert adatokat:

$a+b+c+6+2=32 \Rightarrow a+b+c=24$ (2 pont)

24 ember szavazott pontosan egy kérdésre igennel. (1 pont)

c) Mivel az éveket minden esetben lefele kerekítjük, és a maximum érték a 31 hónaphoz tartozik, ami kerekítve $\frac{31}{12}=2,58\approx 2$, így az adatsorunk csupán a $0;\ 1;\ 2$ értékeket veheti fel. (1 pont)

Indirekt módon tegyük fel, hogy a medián lehet 0.

A növekvő sorba rendezett sokaságban a 16. és 17. szám (és így az első 15 szám is) 0. (1 pont)

Ekkor összesen legfeljebb 15 szám lehet 1 vagy 2. (1 pont)

A 32 szám összege tehát legfeljebb 30 lehet. (1 pont)

Így az elérhető legnagyobb átlag pedig 0,9375. (1 pont)

Mivel ez kisebb, mint 1,125 ezért ellentmondásra jutottunk, (1 pont)

azaz nem lehet a medián 0. (1 pont)

Összesen: 16 pont

Maximális elérhető pontszám: 64 pont

A próbaérettségi során szerezhető maximális pontszám: 115 pont