PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA • 2015. február 14.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

MEGOLDÓKULCS

2015. február 14.

STUDIUM GENERALE MATEMATIKA SZEKCIÓ

MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI MEGOLDÓKULCS
– KÖZÉPSZINT –

I. rész: Az alábbi 12 feladat megoldása kötelező volt!

1) Egyszerűsítse a következő kifejezést: $\frac{2a^2-4ab+2b^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a+b}{a-b}$**, ahol** $a\neq b$ **és** $-a\neq b$**.**

Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

Szorzattá alakítással és azonosságok alkalmazásával:

$$\frac{2a^2-4ab+2b^2}{a^2-b^2}\cdot\frac{a+b}{a-b}=\frac{2\left(a^2-2ab+b^2\right)}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}$$ (1 pont)

$$\frac{2\left(a^2-2ab+b^2\right)}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}=\frac{2(a-b)^2}{(a-b)(a+b)}\cdot\frac{a+b}{a-b}$$ (1 pont)

Egyszerűsítéssel a kifejezés értéke **2**. (1 pont)

Összesen: 3 pont

2) Adja meg az alábbi kifejezés értelmezési tartományát: $\log_8\left(x^2-2x-3\right)+\sqrt{x-1}$**.**

Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

A logaritmus numeruszára:

$x^2-2x-3>0\Rightarrow(x-3)(x+1)>0\Rightarrow x<-1$ vagy $3<x$ (1 pont)

A gyökjel alatti kifejezésre:

$x-1\geq 0\Rightarrow x\geq 1$ (1 pont)

Az intervallumok metszetét véve:

$\boldsymbol{x>3}$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

3) Adja meg a $\{2;3;4;5;6\}$ **adathalmaz szórását! (2 pont)**

Megoldás:

Az adathalmaz átlaga: $\overline{x}=\frac{2+3+4+5+6}{5}=4$ (1 pont)

Az adathalmaz szórása:

$$\sigma=\sqrt{\frac{(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2}{5}}=$$

$$=\sqrt{\frac{(-2)^2+(-1)^2+(0)^2+1^2+2^2}{5}}=\sqrt{2}$$ (1 pont)

Tehát az adathalmaz szórása $\boldsymbol{\sqrt{2}}$.

Összesen: 2 pont

4) **Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán: $4\cdot 2^x = \sqrt{32}$.**
Válaszát indokolja! **(3 pont)**

Megoldás:

$2^{x+2} = 2^{\frac{5}{2}}$ (1 pont)

Az exponenciális függvény szigorú monotonitása miatt: (1 pont)

$x+2 = \frac{5}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ (1 pont)

Tehát $\boldsymbol{x = \frac{1}{2}}$.

Összesen: 3 pont

5) **Egy 30 fős osztályban összesen 17-en tanulnak angolul, míg angolul és németül 5-en. Hányan tanulnak összesen németül, ha tudjuk, hogy ebben az osztályban csak ezt a két nyelvet oktatják, és három tanuló semmilyen nyelven nem tanul?** **(2 pont)**

Megoldás:

Mivel három tanuló semmilyen nyelven nem tanul, ezért $30-3=27$-en tanulnak nyelvet az osztályban. (1 pont)

Így a logikai szitaformula alkalmazásával:

$27 = 17-5+|N| \Rightarrow |N| = 15$ (1 pont)

Tehát **15**-en tanulnak németül.

Összesen: 2 pont

6) **Adja meg az x valós számokat, melyekre teljesül: $3\cdot\log_x 3 - \log_x 9 = \frac{1}{2}$.**

Válaszát indokolja! **(3 pont)**

Megoldás:

A logaritmus alapjára vonatkozó kikötés:

$x > 0$ és $x \neq 1$ (1 pont)

A logaritmus azonosságait alkalmazva:

$\log_x \frac{3^3}{9} = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_x 3 = \frac{1}{2}$ (1 pont)

A logaritmus függvény definíciója miatt:

$x^{\frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow x = 9$ (1 pont)

Tehát $\boldsymbol{x = 9}$.

Összesen: 3 pont

7) **Egy derékszögű háromszög egyik befogója 6 cm. Adja meg két tizedes jegyre kerekítve a 9 cm-es átfogón a magasságtalppont által levágott rövidebb szakasz hosszát!** **(2 pont)**

Megoldás:

A befogótételt alkalmazva:

$6^2 = 9p \Rightarrow p = 4$ (1 pont)

Az átfogó magasságtalppont által levágott szeletei tehát 4 cm és 5 cm. (1 pont)

A rövidebb szakasz hossza tehát **4 cm.**

Összesen: 2 pont

8) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán: $\sqrt{5-x}<4$. Válaszát indokolja! **(3 pont)**

Megoldás:

A gyökjel alatti kifejezésre vonatkozó kikötés:

$5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5$ (1 pont)

Mivel az egyenlőtlenség bal oldala biztosan nem negatív, így négyzetre emelés után az egyenlőtlenség továbbra is teljesül:

$5-x<16 \Rightarrow x>-11$ (1 pont)

A kikötéssel egyeztetve:

$\mathbf{-11<x\leq 5}$ (1 pont)

Összesen: 3 pont

9) Adja meg az alábbi hozzárendelési szabállyal megadott, a valós számok halmazán értelmezett függvények értékkészletét!

$$f(x)=5^x-4$$

$$g(x)=\sin 2x$$

(2 pont)

Megoldás:

$f(x)$ függvény értékkészlete: $\mathbf{f(x)>-4}$ (1 pont)

$g(x)$ függvény értékkészlete: $\mathbf{-1\leq g(x)\leq 1}$ (1 pont)

Összesen: 2 pont

10) Egy 11 fős focicsapat tagjai különböző közlekedési eszközzel járnak edzésre. Hányféle lehetséges sorrendben parkolhatnak le egymás mellé az edzőközpont elé, ha az egyik focista autóval, a másik traktorral, a harmadik lovaskocsival, a negyedik motorbiciklivel, továbbá 2 focista ugyanolyan rollerrel és 5 focista ugyanolyan gördeszkával jár edzésre? **(2 pont)**

Megoldás:

Az ismétléses permutáció képletét felhasználva a lehetséges sorrendek száma:

$$\mathbf{\frac{11!}{2!5!}=166320}$$ (2 pont)

Összesen: 2 pont

11) Írja fel a tízes számrendszerbeli 29-et kettes számrendszerben! **(2 pont)**

Megoldás:

2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	1	0	1

$\mathbf{29_{10}=11101_2}$ (2 pont)

Összesen: 2 pont

12) Dávid 2015. január 1-én berakott a bankba 500 000 Ft-ot 3,5%-os kamatra. Hány év múlva fogja tudni megvenni álmai autóját, ami 700 000 Ft-ba kerül, ha a kamatokat minden év végén írják jóvá?
Válaszát indokolja! (3 pont)

Megoldás:

A kamatos kamat képletével a szöveg alapján az alábbi egyenlet írható fel:

$500000 \cdot 1,035^n = 700000 \Rightarrow 1,035^n = 1,4$ (1 pont)

Mindkét oldal logaritmusát véve, és a logaritmus azonosságát alkalmazva:

$n \cdot \lg 1,035 = \lg 1,4 \Rightarrow n = \frac{\lg 1,4}{\lg 1,035} \approx 9,78$ (1 pont)

Mivel a kamatot év végén írják jóvá, ezért felfelé, egészre kell kerekíteni, tehát Dávid **10 év** múlva fogja tudni megvenni álmai autóját. (1 pont)

Összesen: 3 pont

Maximális elérhető pontszám: 30 pont

II/A. rész: Az alábbi három példa megoldása kötelező volt!

13. **Az alábbi $x \mapsto \left|0,5x^2 - 5x + 10,5\right|$, $x \in [0;7]$ halmazon értelmezett függvény egy asztalról leeső üveggolyó földtől mért távolságát deciméterben adja meg az eltelt tizedmásodpercek függvényében.**

a) Töltse ki az alábbi táblázatot!

x	1	2	4	7
$\left\|0,5x^2 - 5x + 10,5\right\|$				

(2 pont)

b) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben a függvényt! **(5 pont)**

c) Döntse el, hogy a $P(6,5;1)$ pont rajta van-e a függvény grafikonján! Válaszát számítással indokolja! **(2 pont)**

d) Adja meg, hány dm magasról esett le a golyó, illetve hány tizedmásodperc után ért először földet! **(3 pont)**

Megoldás:

a) x értékeit a függvénybe behelyettesítve:

x	1	2	4	7
$\left\|0,5x^2 - 5x + 10,5\right\|$	**6**	**2,5**	**1,5**	**0**

(2 pont)

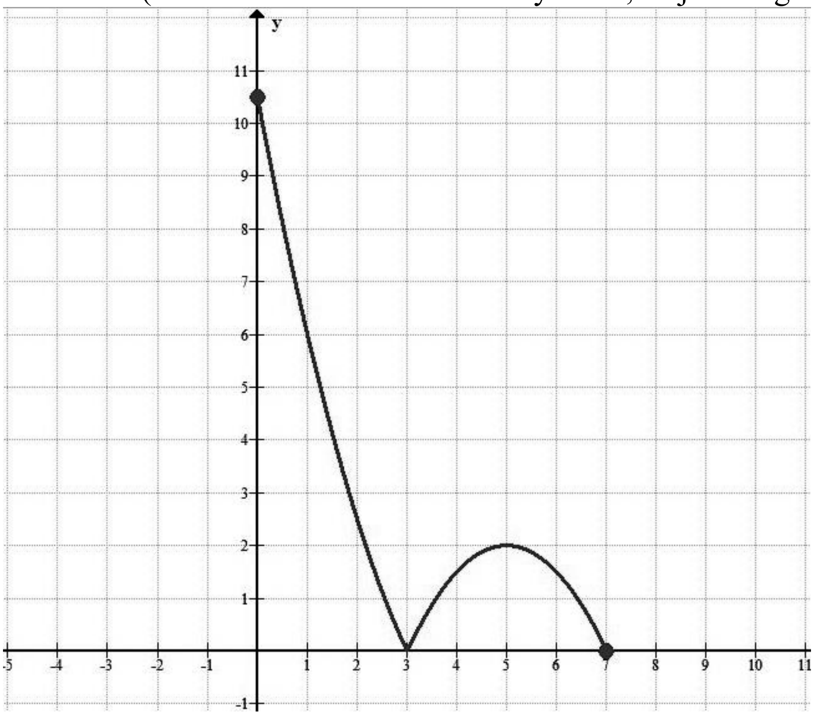
b) A függvényt teljes négyzetté kell alakítani ahhoz, hogy függvénytranszformációval ábrázolható legyen:

$\left|0,5x^2 - 5x + 10,5\right| = \left|0,5\left[x^2 - 10x + 21\right]\right| =$ (1 pont)

$= \left|0,5\left[x^2 - 10x + 21\right]\right| = \left|0,5\left[(x-5)^2 - 4\right]\right| =$ (1 pont)

$= \left|0,5\left[(x-5)^2 - 4\right]\right| = \left|0,5(x-5)^2 - 2\right|$ (1 pont)

Ábrázolás (ha az intervallumhatárok hiányoznak, de jó a megoldás, 1 pont adható):



(2 pont)

c) Az $x = 6,5$-öt behelyettesítve az egyenletbe:

$\left|0,5\cdot 6,5^2 - 5\cdot 6,5 + 10,5\right| = 0,875$ (1 pont)

Tehát a $P(6,5;1)$ pont nincs rajta a függvény grafikonján. (1 pont)

d) Az $x = 0$-t behelyettesítve az egyenletbe:

$\left|0,5\cdot 0^2 - 5\cdot 0 + 10,5\right| = 10,5$ (1 pont)

A $0,5x^2 - 5x + 10,5 = 0$ egyenletet megoldva:

$x_1 = 3$ és $x_2 = 7$ (1 pont)

Tehát **10,5 dm** magasból esett le a golyó és **3 tizedmásodperc** után ért földet először. (1 pont)

Összesen: 12 pont

14. Adott az $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 25$ egyenletű kör. A körbe írható egyenlő szárú hegyesszögű háromszög alapjának egyenese az $y = 1$, melyen az A és B csúcs találhatóak.

a) Adja meg a háromszög három csúcsának koordinátáit! (7 pont)

b) Számítsa ki a háromszög területét! (2 pont)

c) Írja fel a B csúcson átmenő érintő egyenletét! (3 pont)

Megoldás:

a) Az $y = 1$-et a kör egyenletébe helyettesítve:

$(x-5)^2 + (1-4)^2 = 25 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 1$ és $x_2 = 9$

Tehát az alapon lévő csúcsok: $A(1;1)$ és $B(9;1)$. (2 pont)

AB szakasz felezőpontja:

$F\left(\frac{1+9}{2};\frac{1+1}{2}\right) \Rightarrow F(5;1)$ (1 pont)

F ponton átmenő *AB* szakaszra merőleges egyenes egyenlete:

$x = 5$ (1 pont)

Ezt behelyettesítve a kör egyenletébe:

$(5-5)^2 + (y-4)^2 = 25 \Rightarrow y^2 - 8y - 9 = 0 \Rightarrow y_1 = -1$ és $y_2 = 9$

Tehát a harmadik csúcs $C(5;9)$ vagy $C'(5;-1)$ (2 pont)

Mivel a *C'* ponttal a háromszög nem lenne hegyesszögű, ezért csak a $C(5;9)$ csúcs a megoldása a feladatnak. (1 pont)

Tehát a háromszög csúcsai: $A(1;1)$, $B(9;1)$ és $C(5;9)$.

b) $|AB| = 8$ és $|FC| = 8$ (1 pont)

$\boldsymbol{T = \frac{8\cdot 8}{2} = 32\,\mathrm{e}^2}$ (1 pont)

c) A kör $O(5;4)$ középpontján és a háromszög $B(9;1)$ csúcsán átmenő egyenes egyenlete:

$(y-4)(9-5) = (x-5)(1-4) \Rightarrow 3x + 4y = 31$ (1 pont)

Tehát az egyenes normálvektora $\vec{n}(3;4)$, ami az érintő irányvektora, ezért a $B(9;1)$ ponton átmenő $\vec{v}(3;4)$ irányvektorú egyenes egyenlete: (1 pont)

$4(x-9) = 3(y-1) \Rightarrow$ $\boldsymbol{4x - 3y = 33}$ (1 pont)

Összesen: 12 pont

15. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\left|-x^2-7x-6\right|+\left|x^2+4\right|=10$ **(6 pont)**

b) $\mathbf{tg}2x+\dfrac{\cos^2 x-\sin^2 x}{2\sin x\cos x}=4$ **(6 pont)**

Megoldás:

a) A $-x^2-7x-6=-(x+1)(x+6)$, tehát ha $-6<x<-1$, akkor pozitív, ha $x<-6$ vagy $-1<x$ akkor negatív, egyébként 0.

Az x^2+4 mindig pozitív. (2 pont)

Így két esetre tudjuk bontani a feladatot:

Ha $x<-6$ vagy $-1\le x$, akkor:

$x^2+7x+6+x^2+4=10\Rightarrow x_1=0$ és $x_2=-3,5$ (1 pont)

Mivel az $x=-3,5$ nem eleme fenti intervallumnak, ezért ezen az ágon csak az $x=0$ a helyes megoldás. (1 pont)

Ha $-6\le x<-1$, akkor:

$-x^2-7x-6+x^2+4=10\Rightarrow x=-\dfrac{12}{7}$ (1 pont)

Mivel az $x=-\dfrac{12}{7}$ eleme a fenti intervallumnak, ezért az egy helyes megoldás. (1 pont)

Az egyenletnek tehát az $\mathbf{x=0}$ és az $\mathbf{x=-\dfrac{12}{7}}$ a megoldása a valós számok halmazán.

b) A tangens miatt és a nevező miatt ki kell kötni:

Tangens miatt:

$2x\ne\dfrac{\pi}{2}+k\pi\Rightarrow x\ne\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2};k\in\mathbb{Z}$

Nevező miatt:

$2\sin x\cos x\ne 0\Rightarrow \sin 2x\ne 0\Rightarrow 2x\ne 0+l\pi\Rightarrow x\ne\dfrac{l\pi}{2};l\in\mathbb{Z}$ (1 pont)

Átalakításokat és trigonometrikus azonosságokat alkalmazva:

$\dfrac{\sin 2x}{\cos 2x}+\dfrac{\cos 2x}{\sin 2x}=4\Rightarrow \sin^2 2x+\cos^2 2x=4\cos 2x\sin 2x\Rightarrow\dfrac{1}{2}=\sin 4x$ (3 pont)

$4x=\dfrac{\pi}{6}+2m\pi\Rightarrow \boldsymbol{x=\dfrac{\pi}{24}+\dfrac{m\pi}{2};\ m\in\mathbb{Z}}$ (1 pont)

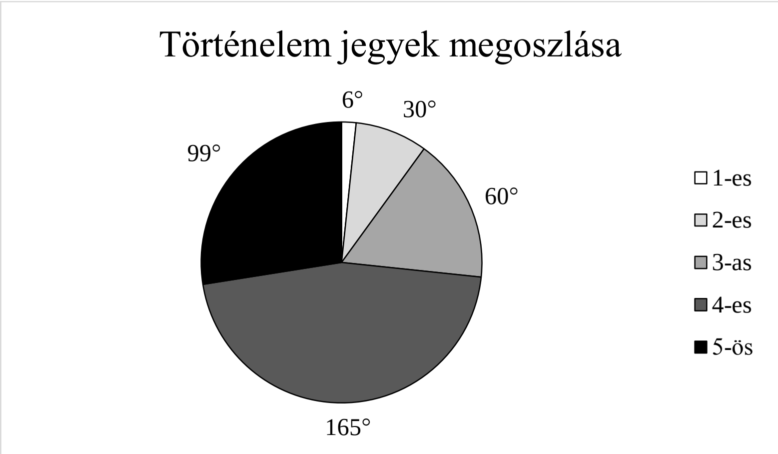
$4x=\dfrac{5\pi}{6}+2n\pi\Rightarrow \boldsymbol{x=\dfrac{5\pi}{24}+\dfrac{n\pi}{2};\ n\in\mathbb{Z}}$ (1 pont)

Összesen: 12 pont

Maximális elérhető pontszám: 36 pont

II/B. rész: Az alábbi három példa közül kettőt kellett megoldani!

16. Egy középiskola 11-es 120 fős évfolyamában felmérést készítettek arról, hányas osztályzatokat szereztek a diákok év végén történelemből. A jegyek megoszlását a következő diagram mutatja.



a) Töltse ki az alábbi gyakorisági táblázatot!

Jegy	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Gyakoriság					

(3 pont)

b) Adja meg a sokaság móduszát, mediánját és számtani átlagát! Az átlagot két tizedesjegyre kerekítse! (4 pont)

c) A diákok közül véletlenszerűen 6-ot kiválasztva mekkora a valószínűsége annak, hogy mind a hat 5-öst kapott történelemből? Válaszát két tizedesjegyre kerekítve, normál alakban adja meg! (4 pont)

d) Az iskolában hosszú évek felmérései alapján megállapították, hogy azok, akik 5-öst kapnak év végén, 88% valószínűséggel írnak 5-öst egy-egy témazárón a következő évben. Mekkora a valószínűsége annak, hogy azon diákok témazárói közül, akik év végén ötöst kaptak történelemből, négyet (visszatevéssel) kiválasztva legalább három ötös? (6 pont)

Megoldás:

a)

Jegy	1	2	3	4	5
Gyakoriság	**2**	**10**	**20**	**55**	**33**

(3 pont)

b) **Módusz: 4** (1 pont)

Medián: 4 (1 pont)

Számtani átlag: $\bar{x} = \frac{2\cdot 1+10\cdot 2+20\cdot 3+55\cdot 4+33\cdot 5}{120} = \frac{467}{120} \approx 3,89$ (2 pont)

c) A feladat megoldásához a valószínűség-számítás klasszikus képletét használva:

$$P(A)=\frac{\binom{33}{6}}{\binom{120}{6}} \approx 0,00030322 \approx 3,03\cdot 10^{-4}$$ (4 pont)

d) A feladat megoldásához a binomiális eloszlás képletét használva:

$$\boldsymbol{P(x \geq 3) = \binom{4}{3}(0,88)^3(0,12)^1 + \binom{4}{4}(0,88)^4(0,12)^0 \approx 0,9268}$$ (6 pont)

Összesen: 17 pont

17. Egy kubai, belülről üreges csörgő hangszer vázát fából gyártják. A zenészek egy 12 cm hosszú, 1 cm átmérőjű henger alakú üreges szárat fognak a kezükben, melynek végéhez egy 7 cm sugarú üreges félgömb sík lapja illeszkedik. Ezt az üreges vázat töltik meg homokkal, így ezt rázva ad ki hangot a hangszer.

a) Készítsen vázlatot! (2 pont)

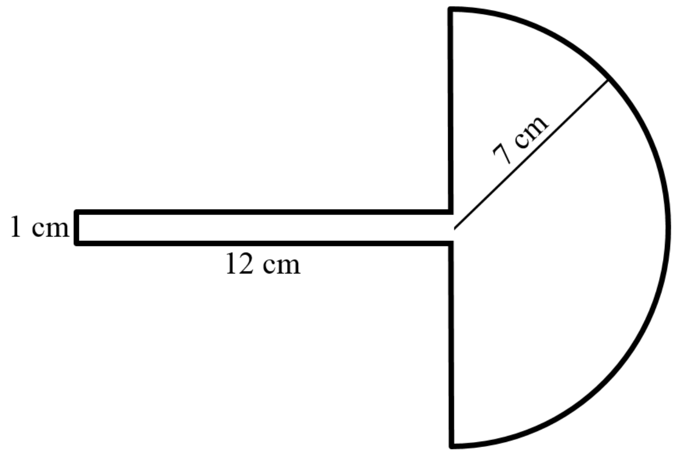
b) Amennyiben a váz térfogatának 6%-a fa, a többi levegő, mennyi homokkal kell megtölteni egy hangszert, ha akkor szól legjobban, ha belsejében 3:5 arányban oszlik meg a levegő, és a homok? Válaszát cm^3-ben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

c) A hangszert kívülről le kell lakkozni, hogy időtálló legyen. Mekkora felületet kell lakkal bevonni? Válaszát cm^2-ben, két tizedesjegyre kerekítve adja meg! (4 pont)

d) Hány forintba kerül 10 000 hangszerhez szükséges alapanyag, ha a homok m^3-e 4 000, a lakk litere 3 680 és a fa m^3-e 147 000 forintba kerül, ha tudja, hogy a felhasznált fa 73%-a hulladék és egy liter lakk 8 m^2-nyi felület bevonására elég, és az egyes alapanyagokból bármekkora kiszerelés vásárolható? Válaszát egész forintra kerekítve adja meg! (7 pont)

Megoldás:

a)



(2 pont)

b) A hangszer vázának térfogata:

$$V = 0,5^2 \cdot \pi \cdot 12 + \frac{4 \cdot 7^3 \cdot \pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{695}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3 \approx 727,80\,\mathrm{cm}^3$$ (1 pont)

A váz térfogatát 6%-kal csökkentve:

$$727,80 \cdot 0,94 \approx 684,13\,\mathrm{cm}^3$$ (1 pont)

Erre a térfogatra alkalmazva a feladat szövegében megadott levegő-homok arányt:

$$\boldsymbol{684,13 \cdot \frac{5}{3+5} \approx 427,58\,\mathrm{cm}^3}$$ (1 pont)

Szöveges válasz… (1 pont)

c) A hangszer vázának felszíne:

$$\boldsymbol{A=0,5^2\cdot\pi+2\cdot0,5\cdot\pi\cdot12+7^2\cdot\pi-0,5^2\cdot\pi+4\cdot7^2\cdot\pi\cdot\frac{1}{2}=159\pi\approx499,51\,cm^2}$$ (3 pont)

Szöveges válasz… (1 pont)

d) Összes homok térfogata:

$427,58\cdot10000=4275800\,\text{cm}^3=4,28\,\text{m}^3$ (1 pont)

Lakkozandó összterület:

$499,51\cdot10000=4995100\,\text{cm}^2=499,51\,\text{m}^2$ (1 pont)

Lakkozandó összterület osztva az egy literre jutó területtel:

$\frac{499,51}{8}\approx62,44\,\text{liter}$ (1 pont)

10 000 hangszerváz faanyagának térfogatának számítása:

$727,80\cdot0,06\cdot10000=436680\,\text{cm}^3=0,44\,\text{m}^3$ (1 pont)

Mivel a felhasznált fa 73%-a hulladék, az összes felhasznált faanyag:

$\frac{0,44}{1-0,73}\approx1,63\,\text{m}^3$ (1 pont)

Az összes anyagköltség:

$\boldsymbol{4000\cdot4,28+3680\cdot62,44+147000\cdot1,63=486509,2\approx486509\,Ft}$ (1 pont)

(A kerekítésekből kifolyólag ettől a végeredménytől néhány ezer forinttal eltérő is kijöhet)

Szöveges válasz… (1 pont)

Összesen: 17 pont

18. Peti Budapestről Montrealba szeretne eljutni repülőgéppel. Két utat talált az interneten. Az „A" utat választva egy átszállással Rómán keresztül, a „B" utat választva két átszállással Frankfurton, és New Yorkon keresztül jut el a kanadai nagyvárosba. Az egyes járatokhoz kapcsolódóan az alábbi adatokat találta: Budapestről Rómába a repülőgép 600 km/h-s átlagsebességgel 81 percet repül, Rómában a tranzitban 80 percet kell várnia, majd a Róma-Montreal 6 590 km-es távot 630 km/h-s átlagsebességgel teszi meg. A „B" lehetőségről azt tudja, hogy a két átszállás során összesen 2 órát kell vesztegelnie. A Budapest-Frankfurt távot 1,35 óra alatt teszi meg a gép 600 km/h-s átlagsebességgel, Frankfurttól New Yorkig 6 209 km-t repül 630 km/h-s átlagsebességgel, míg a New York – Montreal 1 075 km-es utat 105 perc alatt teszi meg.

a) Ha mindkét út első járata ugyanakkor indul Budapestről, melyikkel ér hamarabb Montrealba Peti? Válaszát számításokkal indokolja! (6 pont)

Petit nemcsak az érdekli, hogy melyik gép ér Montrealba előbb, hanem a pénz is számít neki, ezért az alapján dönt, hogy az ár és az idő szorzatának reciproka melyik lehetőség esetében nagyobb.

b) Melyik lehetőséget fogja választani Peti, ha az „A" út 120 000, míg a „B" út 100 000 forintba kerül? Válaszát számításokkal indokolja! (4 pont)

Petinek fontos a környezetvédelem is, így ki akarja számolni, melyik lehetőséggel fognak az általa használt repülőgépek kevesebb üzemanyagot elégetni. Az interneten keresgélve megtudta, hogy az utasszállító repülőgépek átlagosan 3 liter kerozint fogyasztanak egy utasra és 100 km-re vetítve teljes utaskihasználtság mellett. A légitársaságok mindig a lehető legkisebb géppel repülnek. Az alábbi táblázat azon két gép adatait mutatja, amelyekkel Peti repülne.

Repülőgép típus	Utasok száma (fő)	Hatótávolság (km)
Transzatlanti	**440**	**15 000**
Kontinentális	**126**	**5 500**

c) Melyik lehetőséget válassza Peti, ha azzal akar repülni, ahol utazása során összesen kevesebb kerozin elégetésével szennyezi a környezetet, és tudja, hogy minden gép a maximális utaskihasználtsággal repül? Válaszát számításokkal indokolja! (7 pont)

Megoldás:

a) A szöveg alapján az alábbi táblázatot lehetett felírni:

<table>
<tr><td colspan="2">Út</td><td colspan="2">Budapest - Róma</td><td>Róma</td><td colspan="2">Róma - Montreal</td></tr>
<tr><td rowspan="3">A</td><td>v (km/h)</td><td colspan="2">600,00</td><td></td><td colspan="2">630,00</td></tr>
<tr><td>t (h)</td><td colspan="2">1,35</td><td>1,33</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>s (km)</td><td colspan="2"></td><td></td><td colspan="2">6590,00</td></tr>
<tr><td colspan="2">Út</td><td>Budapest - Frankfurt</td><td>Frankfurt</td><td>Frankfurt - New York</td><td>New York</td><td>New York - Montreal</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B</td><td>v (km/h)</td><td>600,00</td><td></td><td>630,00</td><td></td><td>614,29</td></tr>
<tr><td>t (h)</td><td>1,35</td><td>x</td><td></td><td>2-x</td><td>1,75</td></tr>
<tr><td>s (km)</td><td></td><td></td><td>6209,00</td><td></td><td>1075,00</td></tr>
</table>

(3 pont)

A Róma – Montreal és a Frankfurt – New York repülési időt kiszámolva:

Róma – Montreal: $\frac{6590}{630} \approx 10,46$

Frankfurt – New York: $\frac{6290}{630} \approx 9,86$ (1 pont)

Az egyes utak esetében az időket összeadva:

A út: $1,35 + 1,33 + 10,46 = 13,14$

B út: $1,35 + 2 + 9,86 + 1,75 = 14,96$ (1 pont)

(Ha valaki nem adta hozzá a számításnál a Budapest – Frankfurt, illetve a Budapest – Róma repülési időt, az is elfogadható, ugyanis ezek az utak ugyannyi ideig tartanak, tehát a végeredményen nem változtatnak.)

Tehát Peti az „A” úttal ér hamarabb Montrealba. (1 pont)

b) „A” és „B” út esetében a szöveg szerinti mutató:

„A” út: $\frac{1}{120000 \cdot 13,14} = \frac{1}{1576800} \approx 6,34 \cdot 10^{-7}$

„B” út: $\frac{1}{100000 \cdot 14,96} = \frac{1}{1496000} \approx 6,68 \cdot 10^{-7}$ (3 pont)

Tehát a szövegben vázolt mutató alapján Peti a „B” utat fogja választani. (1 pont)

c) „A” és „B” út esetében a fogyasztás kiszámítása:

„A” út: $3\cdot 126\cdot\frac{810}{100}+3\cdot 440\cdot\frac{6590}{100}=90049{,}8$ liter (3 pont)

„B” út: $3\cdot 126\cdot\frac{810+1075}{100}+3\cdot 440\cdot\frac{6209}{100}=89084{,}1$ liter (3 pont)

Peti a „B” lehetőséget választja, ha azzal akar repülni, ahol utazása során kevesebb kerozin elégetésével szennyezi a környezetet. (1 pont)

Összesen: 17 pont

Maximális elérhető pontszám: 34 pont

A próbaérettségi során szerezhető maximális pontszám: 100 pont