

MATEMATIKA

**EMELT SZINTŰ
PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA**

2013. január 19.

Időtartam: 240 perc

Név	
Tanárok neve	
Pontszám	

**STUDIUM GENERALE
MATEMATIKA SEKCIÓ**

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**

Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy idegen nyelvekkel kapcsolatos online kérdőívet hetven SG-s töltött ki. Tudja, hogy minden Studium Generale tag beszél legalább egy idegen nyelvet (angol, francia, spanyol). Továbbá azt is tudja, hogy a csak egy idegen nyelvet beszélők száma kétszerese, míg a pontosan két idegen nyelvet beszélők száma négyszerese azokénak, akik mindhárom idegen nyelvet beszélnek.

a) Hányan beszélnek pontosan két idegen nyelvet?

- b) Tudja még azt is, hogy húsz fő beszél csak angolul és franciául. A húsz fő 25 %-ának van akcentusa.

Hányféleképpen választhat ki egy ötfős bizottságot a csak angolul és franciául beszélők közül úgy, hogy a bizottságban legyen legalább három olyan ember, akinek van akcentusa?

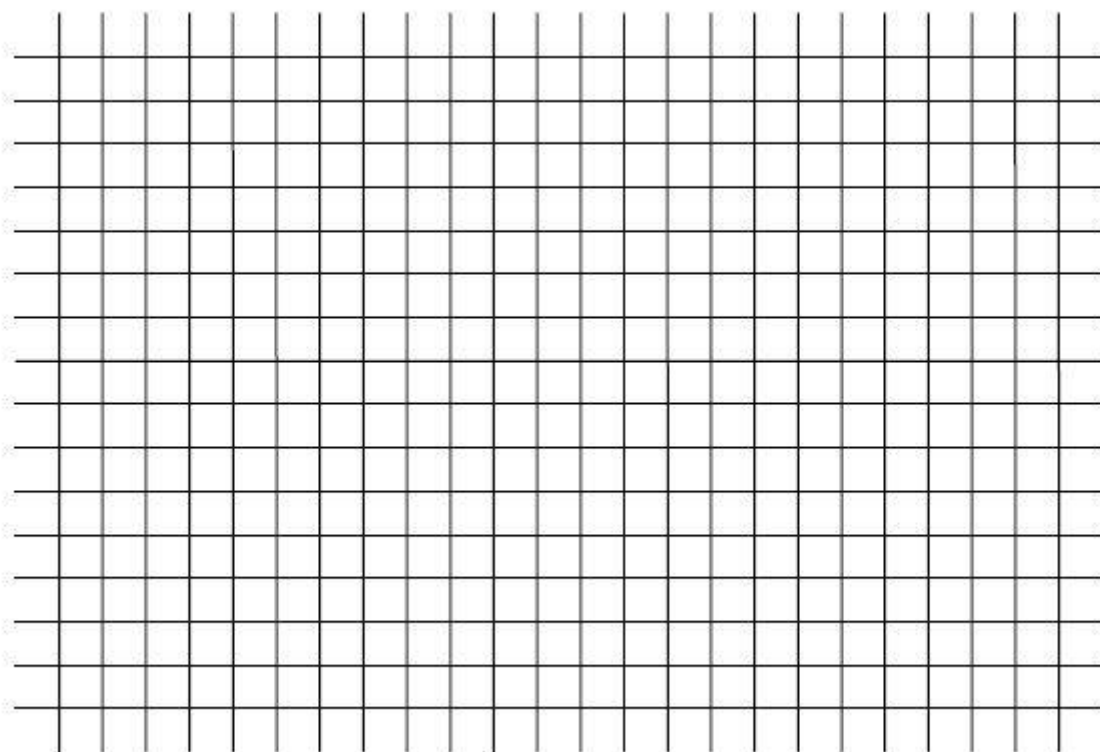
a)	5 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	11 pont	

2. Egy matematika fakultációs csoportba 12 diák jár. A legutolsó témazáró dolgozatot mindannyian megírták, ennek eredményéről a tanár a következőket mondta: legalább két darab 2-es érdemjegy született. A módusz értéke 3, a mediáné pedig 3,5. A tanár véleménye szerint egy dolgozat akkor kellően nehéz, ha az osztályzatok átlaga e és π ($e = 2,718\dots$; $\pi = 3,141\dots$) két tizedesjegyre kerekített értéke között van.
- a) Kellően nehéz dolgozat készült a tanár szerint?
 - b) Mekkora az osztályzatok szórása és terjedelme?
 - c) Értelmezze a b) pontban kapott eredményeket!

a)	8 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	13 pont	

3. Egy mérnöki rajzhoz rögzített koordinátarendszerben (ahol mindkét tengelyen 100 m az egység) egy új belvárosi hatszög alakú hotel alaprajzának csúcsponti koordinátái rendre a következők: $A(0;0)$, $B(5;0)$, $C(5;3)$, $D(2;5)$, $E(3;8)$ és $F(0;8)$. A hotelhez tartozó futópálya egyenlete: $y + x = 12$. A futópályánál lévő fagyizótól a futópályára merőleges, egyenes sétaút vezet a hotel C pontjában található főbejáratához.
- Adja meg a fagyizó koordinátáit!
 - Milyen hosszú a hotel főbejárata és a fagyizó közötti távolság?
 - Hány négyzetméter a hotel alapterülete?

a)	6 pont	
b)	2 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	



4. Egy pozitív számokból álló számtani sorozatról ismeretes, hogy ha kiválasztja az első n elemét, akkor ezek közül az utolsó elem tizenháromszorosa az elsőnek, továbbá az is, hogy az utolsó három elem összege hétszerese az első három elem összegének. Határozza meg n értékét!

Ö.:	14 pont	
-----	---------	--

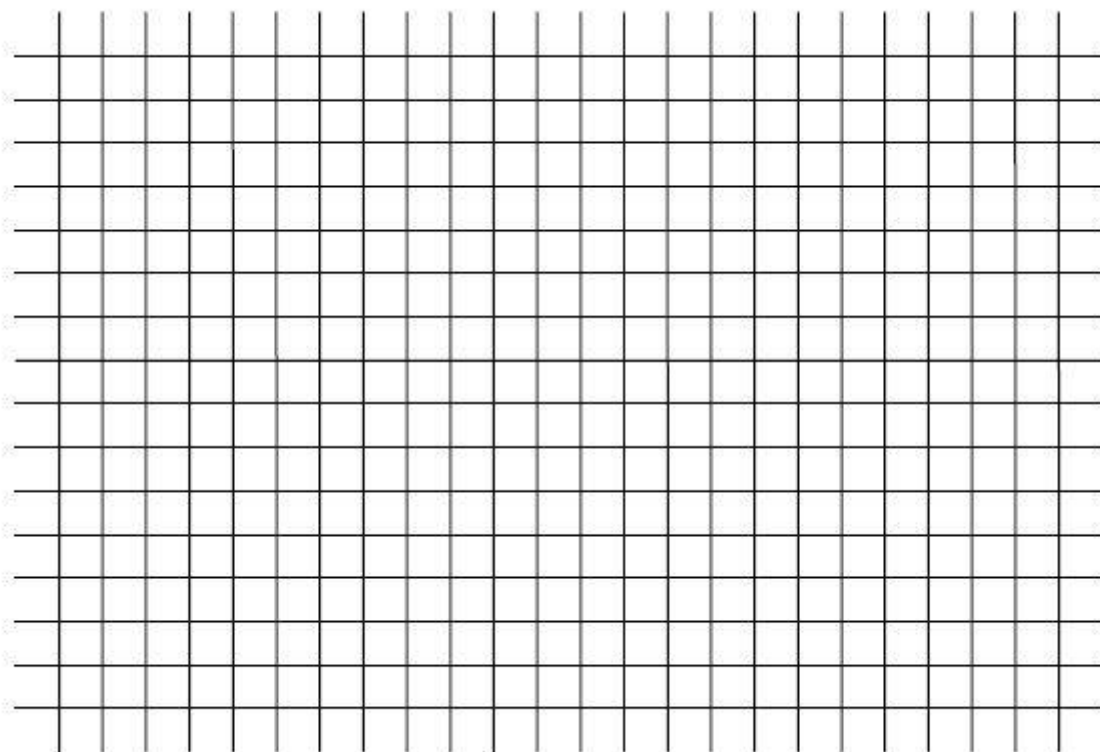
II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

5. Adottak az $f(x) = -(x+1)^3 + 3$ és $g(x) = -\sqrt{x+1} + 3$ függvények.

- Oldja meg grafikusán az alábbi egyenlőtlenséget: $-(x+1)^3 + 3 \leq -\sqrt{x+1} + 3$!
- Határozza meg az $f(x)$ függvény értelmezési tartományát és határértékeit az értelmezési tartomány határainál!
- Határozza meg az $f(x)$ függvény szélsőértékét/szélsőértékeit (stacionárius pontját/pontjait) és a monotonitási szakaszait!
- Határozza meg az $f(x)$ függvény inflexiós pontját/pontjait és konvexitását!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	16 pont	



Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

6. Bizonyítsa be, hogy a $2x^4 - 2x^3 + 2^x = 0$ egyenletnek nincs valós megoldása!

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

7. Egy négyzet alapú csonka gúla alapéle 8 cm, fedőéle pedig 4 cm hosszú. A csonka gúlába gömb írható.
- a) Mekkora a csonka gúla oldaléle?
 - b) Mekkora a beírható gömb sugara?
 - c) Hány százaléka a gömb térfogata a csonka gúla térfogatának?

a)	8 pont	
b)	5 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

8. Évinek és Zolinak nyolc darab fekete és négy darab piros üveggolyója van a közös társasjátékukhoz. A fekete üveggolyók közül kettőnek, a piros üveggolyók közül háromnak repedt a felszíne. Éviék a délutáni társasozás előtt kivesznek a dobozból egymás után, visszatevés nélkül négy darab üveggolyót. Az azonos színű üveggolyók között nincsen semmi különbség.

A esemény: a kivett üveggolyók között több a piros színű, mint a fekete.

B esemény: a kivett üveggolyók között nem kevesebb a repedt felszínű, mint a nem repedt felszínű.

a) Mennyi az *A* esemény valószínűsége?

b) Mennyi a *B* esemény valószínűsége?

c) Mennyi a *B* esemény *A* eseményre vonatkozó feltételes valószínűsége?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

9. Timi és nagymamája, Manyi néni a plázából hazafele menet Timi kedvenc körömlakk-márkájának legújabb termékéről beszélgettek. Manyi néni szerint az új termék igen kedvező áron kapható. Timi, miután hazaért, addig kérlete anyukáját, míg nem kapott elég pénzt a körömlakk megvásárlására. Ezek után Timi a legközelebbi illatszer boltban döbbenten tapasztalta, hogy 66 Ft híján a Manyi néni által említett ár kétszeresébe kerül a hön áhított körömlakkja. Hosszas vívódás után rájött arra, hogy Manyi néni életkorából fakadóan felcserélte a háromjegyű ár első és harmadik számjegyét. Mennyit kell Timinek fizetnie a körömlakkért, ha meg akarja venni?

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--

	feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I.rész	1	11		51	
	2	13			
	3	13			
	4	14			
II.rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				115	

javító tanár