

# **MATEMATIKA**

## **EMELT SZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA**

**2012. Január 21.**

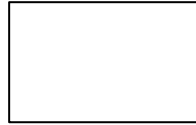
Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Név	
Tanárok neve	
Email	
Pontszám	

**STUDIUM GENERALE  
MATEMATIKA SEKCIÓ**

# Fontos Tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejezned.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldanod. **A nem választott feladat sorszámát írd be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéred, akkor a 9. feladatra nem kapsz pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhatsz, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetet minden esetben írd le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyelj arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondanod, elég csak a tétel megnevezését említened, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnod kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondd ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indoklod.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közöld!
9. A dolgozatot tollal írd, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatod. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúzol, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelöld**, hogy melyiket tartod érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írs!

**I.**

1. Adottak a 0; 1; 1; 1; 2; 4; 5; 7; 7; 8 számjegyek.

- a) Hány darab tízjegyű, 5-tel osztható szám készíthető az adott számjegyekből úgy, hogy egy számjegyet csak egyszer használhatunk fel, tehát minden számjegynek szerepelnie kell egy adott lehetőségben?
- b) Ezek között hány olyan szerepel, amikor a 2-es és a 8-as nincsenek egymás mellett?

a)	6 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	13 pont	

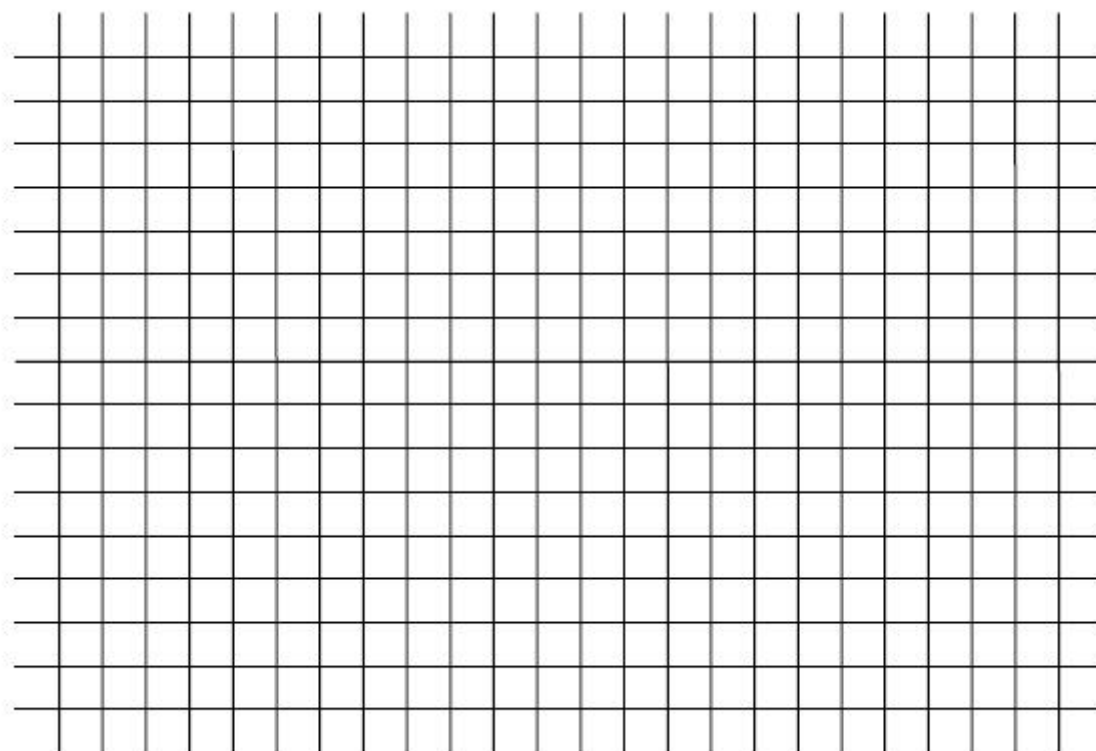
2. Legyen adott a koordinátasíkon a következő három pont:  $A(-3;4)$ ;  $B(5;-2)$  és  $C(1;10)$ . Adj meg egy olyan  $P$  pontot koordinátái segítségével, amelyre teljesül, hogy...

a)  $\vec{PA} + \vec{PB} = 0$

b)  $\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 0$

- c) Milyen nevezetes pontjai a három pont által meghatározott háromszögnek az a) és b) pontban kapott pontok?

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	





3. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a)  $|x^2 - 3x - 10| - |-x^2 + 3x + 28| = 0$

b)  $|x^2 - 3x - 10| + |-x^2 + 3x + 28| = 0$

a)	9 pont	
b)	2 pont	
Ö.:	11 pont	

4. Az egész számok halmazán tekintsük a következő tulajdonságú halmazokat:

$$A_3 = \{ \text{a 3 - mal osztható egész számok} \}$$

$$A_4 = \{ \text{a 4 - gyel osztható egész számok} \}$$

$$A_{11} = \{ \text{a 11 - gyel osztható egész számok} \}.$$

Hány olyan egész szám található 895 és 2012 között, amely a megadott halmazok közül...

- a) pontosan egynek eleme;
- b) pontosan kettőnek eleme;
- c) mindháromnak eleme;
- d) egyiknek sem eleme?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	14 pont	





**II.**

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

5. Hat lány az alábbi mennyiségű órát tölti a konditeremben hetente:

Anna	4
Klaudia	1,2
Saci	
Kata	2,4
Dóri	3
Judit	6

Tudjuk még azt is, hogy a harmonikus átlag: 1,8461.

- a) Számítsa ki, hogy Saci mennyi időt tölt az edzőteremben egy héten!
- b) Mekkora a szórás és a medián? Az eredményt két tizedesjegyre kerekítve adja meg!
- c) Ábrázolja hisztogramon a lányok konditerem-látogatási szokásait!
- d) Mennyivel változik a számtani átlag, ha Saci háromszor annyi időt tölt edzéssel, mint eddig?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	3 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	16 pont	



**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

6.

- a) Ábrázolja koordináta-rendszerben az alábbi függvényeket!

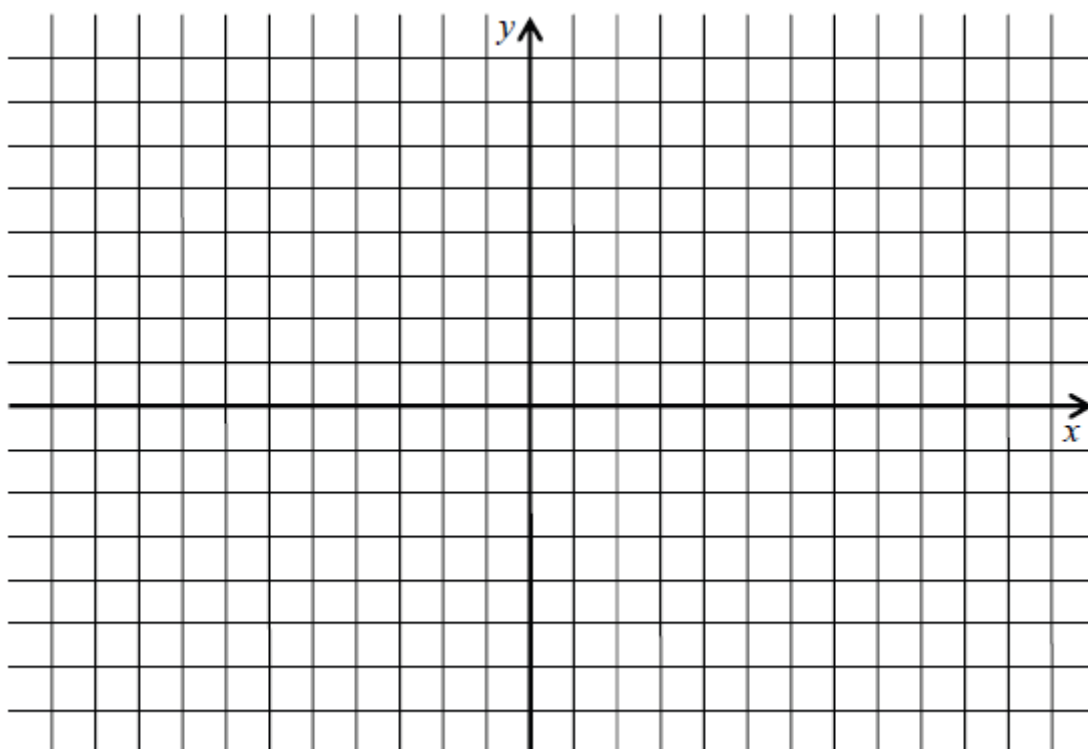
$$f : y = x^2 - 10x + 30$$

$$g : y = -2x^2 + 20x - 42$$

- b) Számítsa ki a két függvény által közbezárt területet!

- c) Mekkora lesz annak az alakzatnak a térfogata, melyet a  $g$  függvény és az  $x$  tengely által közbezárt terület  $x$  tengely körüli forgatásával kapunk? Forgástest térfogatát a  $\pi \int f^2(x)$  képlet segítségével kapjuk meg.

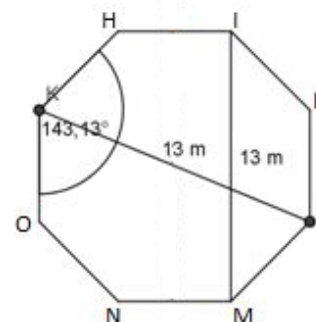
a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	16 pont	





**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

7. Az alábbi telek sarkaiban  $J$  és  $K$  pont. A köztük lévő legrövidebb út 13 méter. A kert középpontosan szimmetrikus a  $\overline{JK}$  felezőpontjára. A kert szélessége szintén 13 méter, oldalai egész számú méterek.  $K$ -nál  $143,13^\circ$ -os szögben van a telek sarka.



- a) Mekkora a telek kerülete és területe?
- b) A  $\overline{KH}$ ,  $\overline{IL}$ ,  $\overline{JM}$ , és  $\overline{NO}$  oldalak derékszögű háromszög alakú területek átfogói. Ezekbe és az ismeretlen négy pont által bezárt területbe kék virágokat ültetünk. Mennyi pénzt kell költeniük, ha a kimaradt területekre fehér virágokat akarnak ültetni és egy zsák mag 12 345 Ft-ba kerül és 1  $\text{m}^2$ -re elég?
- c) Milyen magas lesz a kerítés, amivel a telket szeretnék körbekeríteni, ha  $63 \text{ m}^2$  alapanyag van hozzá?

a)	8 pont	
b)	5 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

8. Egy csúcsán álló négyzet alapú gúlába színültig víznek látszó folyadékot öntünk. A gúla alapjának köré írható körének sugara  $R$ . A gúlába beledobunk egy  $\frac{R}{2}$  sugarú fémgolyót.
- a) A víz mekkora része szorul ki, ha a magasság  $M = R \cdot \pi$ ?
  - b) Ha a gúla oldaléle 10 méter, az alapjának oldala 2 méter, akkor milyen hosszú lesz az azonos térfogatú kúp alkotója?
  - c) Mekkora a gúla, és mekkora a kúp felszíne?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

**Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!**

9. Niki néni és Levi bácsi takarítanak. Három féle tisztítószerük van. Egy 45%-os, egy 73%-os és egy 22%-os töménységű. A hígításhoz vizet használunk.
- a) Mennyi vízzel kell hígítanunk őket külön-külön, ha 32%-os oldatot szeretnénk?
  - b) Niki néni és Levi bácsi úgy döntenek, hogy felhasználják a tisztítószereket. Niki néni dolgozik három órát, majd Levi bácsi egyet. Mennyit dolgozzanak együtt, ha külön-külön 6, illetve 8 óra alatt végeznek?
  - c) Levi bácsi nagyon elfáradt ezért segítsen neki megoldani a kisfia házi feladatát! „Ha egy kétjegyű számot elosztunk számjegyei összegével hányadosul 4-et, maradékul 9-et kapunk. Ha viszont e számot számjegyeinek szorzatával osztjuk el, akkor hányadosul 1-et, maradékul 15-öt kapunk.” Melyik ez a szám?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	16 pont	

	feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I.rész	1	13		51	
	2	13			
	3	11			
	4	14			
II.rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		←nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				115	

---

javító tanár