

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ PRÓBAÉRETTSÉGI VIZSGA

2014. január 18.

Időtartam: 240 perc

Név	
E-mail cím	
Tanárok neve	
Pontszám	

**STUDIUM GENERALE
MATEMATIKA SEKCIÓ**

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 240 perc fordítható, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A II. részben kitűzött öt feladat közül csak négyet kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!**

Ha a javító tanár számára nem derül ki egyértelműen, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a 9. feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámitások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasság-tétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, de az alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell. Egyéb tétel(ek)re való hivatkozás csak akkor fogadható el teljes értékűnek, ha az állítást minden feltételével együtt pontosan mondja ki (bizonyítás nélkül), és az adott problémában az alkalmazhatóságát indokolja.
8. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
9. A dolgozatot tollal írja, de az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
10. Minden feladatnál csak egyféle megoldás értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
11. Kérjük, hogy a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!

I.

1. Egy atlétika csapat alapozást tart. Robbanékonyságukat és állóképességüket 50 méteres síkfutással fejlesztik. Összesen 5 fiatal sportoló idejét méri meg az edző, melyek közül az alábbi négy ismert számunkra: 5; 6; 8 valamint 5,5 másodperc.
- a) Mennyi lehet az ötödik futó ideje, ha tudjuk, hogy az összes mért idő szórása 1,2 másodperc, és azt is, hogy nem ő volt a leggyorsabb?
 - b) A futókat növekvő sorrendbe állítjuk az idők alapján. A következő egy hónapos edzésterv célja, hogy mindegyik futó annyi százalékot tudjon javítani saját idején, ahányadik helyet tölti be ebben a felállított sorrendben. Hogyan változik az átlag és a szórás akkor, ha sikerrel jár az edzésterv?
 - c) Ábrázolja oszlopdiaagramon az eredetileg mért részüket!

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	12 pont	

2. Adott három sorozat. A_n számtani sorozatról ismert, hogy a tizenkilencedik és tizenegyedik elemének különbsége 24, a tizenharmadik eleme pedig 39-cel egyenlő. B_n számtani sorozatról tudjuk, hogy különbsége 4, első tizenkét elemének összege pedig 288. C_n sorozat elemeit úgy kapjuk meg, hogy a prímszámokból rendre kivonunk egyet.
- Adja meg az első két sorozat explicit képletét, majd határozza meg mindhárom sorozat 20. elemét!
 - Mely sorozat első 10 elemének összege a legnagyobb?
 - Mely elemeket képzí az alábbi halmazműveletek sora, ha az egyes halmazok rendre a megegyező betűjelű sorozatok első húsz elemét tartalmazzák és egyben az alaphalmazt is jelölik: $C \setminus (\overline{B \setminus A})$?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

3. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $x^a = |x-3| - 4$, ha tudjuk, hogy $a = \frac{(x+4)^2 + 2x}{|x^2 + 10x + 16|}$

b) $\sqrt{x^2 - 2x - 8} + \sqrt{x^2 + 7x + 10} + \sqrt{x^2 - 7x - 18} = 0$

a)	8 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

4. Oldja meg az alábbi trigonometrikus egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{\sin x}{\cos x} + \operatorname{tg}^{-1} x = \sin y \cdot 4 \cos y$$

Ö.:	12 pont	
-----	---------	--

II.

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

5. Adott egy 25 cm magas, 10 cm átmérőjű egyenes, zárt henger, amelybe vizet töltöttünk.
- a) A hengert az oldalára fektetjük, így a vízszint a föld szintjétől mérve 7 cm lesz. Hány liter víz van a hengerben?
 - b) Állítsuk vissza a hengert az alapjára és távolítsuk el a fedelét. Mekkora átmérőjű vasgolyót kellene beleejtenünk, hogy a víz szintje 3%-kal emelkedjen?

a)	8 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

6. Egy szabályos kilencszög oldala 4 cm. Hány különböző hosszú átlója van? Ezek milyen hosszúak?

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

7. Adott egy háromszög három csúcspontja egy derékszögű koordináta-rendszerben: $A(2;3)$, $B(5;-4)$ valamint $C(-4;-4)$.
- a) Adja meg a háromszög súlypontját és az origón átmenő egyenes egyenletét!
 - b) Mekkora és milyen irányú szöggel kellene elforgatnunk a háromszöget az A csúcs körül, ha azt szeretnénk, hogy az AC oldal párhuzamos legyen az ordinátatengellyel?
 - c) Az eredeti háromszög területének hányad része esik az I. síknegyedbe?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

8. Fehér és barna kockacukrokat kevertünk össze két különböző edényben. Az elsőben 5 fehér és 4 barna, a másodikban pedig 3 fehér és 6 barna kockacukor található. Bekötött szemmel, véletlenszerűen kiveszünk egy kockát az első tárolóból, majd áttesszük azt a másodikba. Ezt a mozdulatsort visszafelé is elvégezzük.
- a) Mekkora eséllyel húzunk a 2 áttételt követően barna kockacukrot az első edényből?
 - b) Mennyivel változik az esély akkor, ha a legelső húzásnál csaltunk egy picit és láttuk, hogy fehér kockacukrot húztunk?

a)	10 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	16 pont	

Az 5-9. feladatok közül tetszés szerint választott négyet kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon található üres négyzetbe!

9. Adott az $f(x) = \frac{16x - x^3}{4 + x}$ függvény. Milyen arányú területrészekre osztja az $y = 3$ egyenes a függvénygörbe és az x -tengely által közbezárt területet?

Ö.:	16 pont	
-----	---------	--

	feladat sorszáma	maximális pontszám	elért pontszám	maximális pontszám	elért pontszám
I. rész	1	12		51	
	2	14			
	3	13			
	4	12			
II. rész		16		64	
		16			
		16			
		16			
		← nem választott feladat			
Az írásbeli vizsgarész pontszáma				115	

javító tanár