



MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2011. január 22.

Az írásbeli vizsga időtartama: 240 perc

Mellékelte lapok száma:

Pontszám**:

Javító tanár neve**:

Javító tanár elérhetősége**:

A próbaérettségi eredményét a megadott e-mail címedre fogod megkapni, így fontos, hogy ugyanazt a címed add meg, mint amivel regisztráltál. Dolgozatod megtekintésére 2011. február 8-tól lesz lehetőség. Amennyiben a javítással kapcsolatban kérdésed merülne fel, a javító tanárt keresd fel az e-mail címén keresztül, hiszen vele fogsz tudni konzultációs időpontot megbeszélni.



MATEMATIKA PRÓBAÉRETTSÉGI

-- EMELT SZINT --

2011. január 22.

Utasítás a feladatok megoldásához

- A feladatok megoldásához zsebszámológép és négyjegyű függvénytáblázat használható, más elektronikus vagy írásos **segédeszköz használata tilos!**
- A feladatok megoldását **kék** tollal készítsd! Ügyelj az áttekinthető, világos munkára!
- Minden feladatnak **csak egy megoldását értékeljük**. Ha egy megoldást vagy abból egy részt áthúzol, azt mindenképpen érvénytelennek tekintjük. Ha egy megoldást vagy abból egy részt újra kezdesz, akkor csak a legutolsó változatot értékeljük.
- A tizedestörteket **két tizedesjegyre** kell kerekíteni.
- A feladatok megoldásához alkalmazott gondolatmenetet, **részletszámításaid is** minden esetben **közzöld!**
- A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondani, elég csak a tétel megnevezését említeni, de alkalmazhatóságát röviden indokolni kell.
- **A nem választott feladat sorszámát tüntesd fel a feladatlapon, különben az utolsó feladatot nem fogjuk beszámítani.**

Az alábbi négy feladat megoldása kötelező!

- 1) Oldd meg az alábbi egyenlőségeket a valós számok halmazán!

a) $8x^2 \left(1 + \frac{1}{x^4}\right) = 16 - y^2 + 2y - 1$ (6 pont)

b) $x^{\lg x} + 10 \cdot x^{-\lg x} = 11$ (6 pont)

- 2) Az iskolai sportegyesületnek három szakosztálya van (labdarúgó, tájfutó és asztalitenisz), melyekben mind a 81 tanuló sportol. Tudjuk, hogy minden tag legalább két szakosztályba jár. Kétszer annyi labdarúgó van, mint tájfutó, és aki tájfutó, az egyúttal asztaliteniszezik is. A labdarúgó és a tájfutó szakosztály együttes taglétszáma megegyezik az asztalitenisz szakosztály taglétszámával.

- a) Hány tagja van az egyes szakosztályoknak? (6 pont)

- b) Ha kiválasztok a 81 sportoló közül 10-et, mekkora annak a valószínűsége, hogy közöttük legfeljebb 2-en tájfutók? (6 pont)

- 3) Legyen $f(x)$ és $g(x)$ is a valós számok halmazán értelmezett függvény:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha, } x \leq -4 \\ (x+2)^2 - 3 & \text{ha, } -4 < x < 1 \\ 6 & \text{ha, } 1 \leq x \end{cases} \quad g(x) = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$$

- a) Ábrázold ugyanabban a koordináta-rendszerben mindkét függvényt! Add meg az $f(x) = g(x)$ egyenlet megoldásait! (6 pont)

- b) Számítsd ki a két függvény által közrefogott, zárt síkidom területét! (6 pont)

- 4) A Szabadság híd budai hídfőjénél sétálgatva tájolóval megmérjük, hogy az úticélként kitűzött Közraktár tér (K) és a jobb kéz felé eső BME (B) közti szakasz 60° -os szögben, illetve a Közraktár tér és a bal kéz felé eső Corvinus Egyetem (C) közti szakasz pedig 45° -os szögben látszik. A térképen lemérjük, hogy a CKB szög 120° -os, a CK távolság 2800 m, a KB távolság pedig 3600 m. Számítsd ki, mekkora

távolságban vagyunk légvonalban a Közraktár tértől, ha feltételezhetjük, hogy a C , K és B helyek a hídfővel azonos tengerszint feletti magasságban vannak! (13 pont)

A kötelező négy példa összesen: 51 pont

Az alábbi öt feladat közül négyet kell kiválasztanod és megoldanod!

- 5) Egy főiskola I. évfolyamán a nappali tagozatos hallgatók 15%-a jelesre vizsgázott statisztikából. A levelező tagozaton 30%, míg a távoktatáson résztvevőknél 10% volt a jelesek részaránya. Az egyes tagozatok létszámáról tudjuk, hogy kétszer annyi távoktatásban résztvevő van, mint levelező, és a nappalisok és a távoktatáson résztvevők egyenlő számban vannak.
- a) Véletlenszerűen választva egy hallgatót, mekkora az esélye, hogy a statisztika jegye jeles? (10 pont)
- b) Ha a választott hallgató jegye jeles, akkor mi az esélye, hogy ő nappalis, levelező, illetve távoktatásban résztvevő? (6 pont)
- 6) Az A és B helység közötti távolság 72 km, 6 órákor A -ból B -be egy autóbusz indul el, majd egy óra múlva egy kerékpáros. Az autóbusz B -ben 20 percet áll, majd visszaindul A -ba, és a kerékpárossal 9 óra 40 perckor találkozik. Az autóbusz A -ban 40 percet áll, majd ismét elindul B -be, és ez alkalommal a kerékpárost 12 óra 20 perckor éri utol. Számítsd ki az autóbusz és a kerékpár átlagsebességét! (16 pont)
- 7) Egy gimnazista fiú meglepetés gyanánt Nizzát nézte ki, mint potenciális nyaralási helyszín barátnője és saját maga számára, ami 550 000 forintba kerül kettőjüknek.
- a) Mivel már hosszabb ideje tervezi a nyaralást így némi félrerakott pénze is akad összesen 400 000 forint. Ha ezt befektetné évi 17%-os kamatra, akkor mennyi idő múlva mehetnének el Nizzába nyaralni? (6 pont)
- b) Ha a hiányzó 150 000 forintot személyi kölcsönként venné fel, ami évi 24%-os kamatot jelent számára és havi részletekben kéne visszafizetnie két év alatt, akkor mennyit fizetne havonta? (A bank havi elszámolású kamatos kamattal számol.) (10 pont)
- 8) Egy sítábor szervezői apróbb statisztikával kedveskedtek azok számára, akik az idei év során gondolkodóba estek, hogy részt vegyenek-e. Az alábbi táblázat a tavalyi táborban résztvevők költségeinek összességét mutatja be:
- | | | | | | |
|-----------------------------------|----|-----|-----|-----|-----|
| Sítábor költsége (ezer forintban) | 68 | 108 | 154 | 184 | 225 |
| Táborozók száma | 11 | 33 | 35 | 22 | 9 |
- a) Ábrázold a tavalyi résztvevők költségeinek eloszlását oszlopdiagramon! (2 pont)
- b) Mennyi volt a tavalyi költségek átlaga és szórása? Értelmezd is őket! (5 pont)
- c) Az idei évben 2500 Ft-tal nőtt a tábor ára. Hogyan fog változni a résztvevők szórása és átlaga, amennyiben azt feltételezzük, hogy mindenki számára a tavalyival megegyező „egyéb” költségek merülnek fel? Válaszod indokold! (3 pont)
- d) Előfordulhatott-e, hogy a „legtöbbet költők” társaságában mindenki pontosan 3 embernek árulta el az általa elköltött pénzmenyiséget, amennyiben tudjuk, hogy ha valaki megbízik a másikban annyira, hogy elárulja azt, akkor a gesztust viszonzva a másik is elárulja a költségei nagyságát? (3 pont)
- e) Tagadd az alábbi mondatot: „Nincs olyan év, hogy Dávid ne lenne a legtöbbet költők csoportjában.” (3 pont)
- 9) A 20 cm magasságú, 18 cm alapélű, négyzet alapú szabályos gúlát az alaplapjával felfelé fordítjuk, és a magasság feléig megtöltjük vízzel. Ezután lezárjuk, és a gúlát az alaplapjára fordítva lerakjuk az asztalra. Milyen magasan áll benne a víz? (16 pont)

A második 5 feladatból 4-et kellett választani, ez összesen: 64 pont

Összesen: 115 pont

Jó munkát kíván a Matek Szekció!